

# ВЗАЄМОДІЯ ДРЕЙФУЮЧИХ ЕЛЕКТРОНІВ ІЗ ВІДДАЛЕНИМ ДИПОЛЕМ

С.М. КУХТАРУК

УДК 53.01, 53.04  
©2010

Інститут фізики напівпровідників ім. В.Є. Лашкарьова НАН України  
(Просп. Науки, 41, Київ 03028; e-mail: kukhtaruk@gmail.com)

Дану статтю присвячено дослідженню взаємодії дрейфуючих двовимірних електронів і віддаленої молекули. Для цього розглянуто взаємодію двовимірного електронного газу (2DEG) з віддаленим диполем при трьох можливих орієнтаціях останнього. Отримано дисперсійне рівняння для спільних коливань 2DEG та диполя. Проведено аналітичне та чисельне дослідження цього рівняння. Для орієнтації диполя перпендикулярно до прикладеного електричного поля спостерігається ефект загасання коливань, а при орієнтації диполя паралельно полю може бути наявним ефект наростання коливань системи. Різноманітність рухливості від поля по-різному впливає на залежність інкременту нестійкості від концентрації електронів, що пов'язано з різними механізмами нестійкості.

частоти спільних коливань 2DEG та диполя. У розділі 3 обговорено взаємодію двовимірного електронного газу з віддаленим диполем, коли рухливість електронів не залежить від поля. Отримане рівняння досліджено чисельно та наближено аналітично. Проаналізовано залежності дійсної та уявної частоти від параметра, який пов'язаний з прикладеним полем при різних температурах та концентраціях 2DEG. В розділі 4 представлено результати дослідження взаємодії 2DEG з віддаленим диполем у випадку від'ємної диференціальної провідності. Побудовано залежності дійсної та уявної частоти від поля при фіксованих температурах та концентраціях 2DEG. Вкінці роботи представлено обговорення результатів та висновки.

## 1. Вступ

Останнім часом у фізиці наноструктур активно розвивається область, в якій вивчають взаємодію атомів, молекул, квантових точок чи наночастинок з плазмонами в різних структурах. Зокрема, розглядають взаємодію молекули та металевої наночастинок [1], металевого типу з планарною діелектричною поверхнею [2], вивчають фізичні властивості наночастинок золота на поверхні напівпровідника [3] і т.д. Також досліджують вплив напівпровідника чи діелектрика на випромінюючі властивості, збуджених зовнішнім випромінюванням, атомів, молекул чи наночастинок [4]. У цьому випадку носії струму в напівпровіднику вважаються рівноважними.

У даній роботі поставлено задачу про збудження коливань віддаленого атома, молекули, квантової точки чи наночастинок колективними коливаннями дрейфуючих нерівноважних носіїв струму у квантовій ямі. Для цього розглянуто взаємодію дрейфуючих двовимірних електронів з віддаленим диполем. У розділі 2 розглянуто модель та основні рівняння для опису поставленої задачі. Користуючись рівнянням осцилятора для диполя та рівняннями для густини струму в дрейфово-дифузійному наближенні і неперервності для електронної підсистеми, а також рівнянням Пуассона, отримано рівняння, яке дає перенормування

## 2. Модель та основні рівняння

Нехай у площині  $z = 0$  існує двовимірний електронний газ (2DEG), який нескінченно протягнутий уздовж осей  $x$  та  $y$  у середовищі з діелектричною проникністю  $\epsilon_e$ , як це зображено на рис. 1. Електрони знаходяться в квантовій ямі і їх рух вздовж осі  $z$  обмежений (див., наприклад, [5]). Два протилежно заряджених іона зі зведеною масою  $m^*$  та зарядами  $\pm e^*$  формують електричний диполь, який знаходиться у точці  $x = 0, y = 0, z = h$  у середовищі з діелектричною проникністю  $\epsilon_d$ .

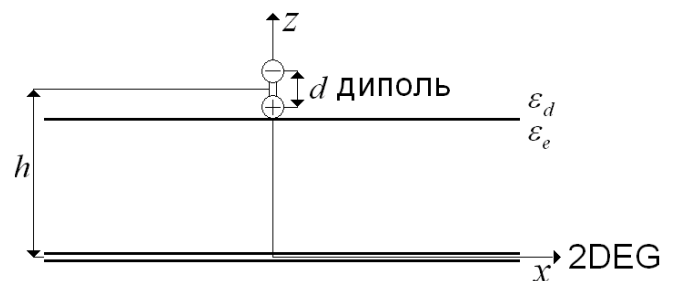


Рис. 1. Розташування диполя по відношенню до 2DEG. Вісь  $y$  перпендикулярна до рисунка. 2DEG відділений від диполя діелектриком (спейсером)

Для того щоб описати коливання диполя використано рівняння осцилятора для відносних зміщень  $d(t)$  від'ємного та додатного іонів, які формують цей диполь:

$$\ddot{d} + \gamma \dot{d} + \omega_0^2 d = -\frac{e^*}{m^*} \boldsymbol{\xi} \cdot [\mathbf{E} - \mathbf{E}_d]_{x=0, y=0, z=h}, \quad (1)$$

де  $\gamma$  – загасання коливань диполя,  $\omega_0$  – його власна циклічна частота,  $\boldsymbol{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$  – одиничний вектор, напрямлений вздовж диполя.  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$  – повне електричне поле,  $\mathbf{E}_d(x, y, z, t)$  – поле, яке створюється тільки диполем. Від загального поля у точці знаходження диполя віднімають поле  $\mathbf{E}_d(x, y, z, t)$  у цій же точці для того, щоб виключити самодію диполя.

Електронну підсистему розглянуто у дрейфово-дифузійному наближенні, що накладає певні обмеження на довжину  $\lambda$  та час  $\tau$  вільного пробігу електронів. Величина  $\lambda$  повинна бути значно меншою за всі характерні просторові розміри системи, а час  $\tau$  має бути менший за всі характерні проміжки часу. Також ця модель накладає умови на хвильові вектори  $k$  та частоти  $\omega$  хвиль, які можуть розглядатися в задачі:

$$k\lambda \ll 1, \quad \omega\tau \ll 1. \quad (2)$$

У межах запропонованої моделі густину струму  $\mathbf{j}(x, y, t)$  описують рівнянням

$$\mathbf{j} = en\mu_E \mathbf{E}|_{z=0} + \nabla_{\parallel}(\text{Den}), \quad (3)$$

де  $e, n(x, y, t)$  та  $\mu_E(E)$  позначають заряд ( $e > 0$ ), поверхневу концентрацію та рухливість електронів відповідно. У даній статті використовується індекс  $\parallel$  для величин та диференціальних операторів, які відносяться тільки до площини  $z = 0$ . Наприклад, оператор Лапласа у площині  $z = 0$  позначається як  $\Delta_{\parallel} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Оператор Лапласа в об'ємі  $\epsilon$   $\Delta = \Delta_{\parallel} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

До рівняння (3) потрібно також додати рівняння неперервності

$$-e\dot{n} + (\nabla_{\parallel} \cdot \mathbf{j}) = 0 \quad (4)$$

та рівняння Пуассона для повного поля:

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot (\kappa \mathbf{E})) &= -4\pi e(n - n_0)\delta(z) + \\ &+ 4\pi e^* d(\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla)\delta(x)\delta(y)\delta(z - h), \end{aligned} \quad (5)$$

де  $n_0$  – рівноважна поверхнева концентрація носіїв заряду,  $\kappa = \epsilon_e \theta(h - z) + \epsilon_d \theta(z - h)$  – діелектрична проникність всього середовища,  $\theta(h - z)$  – функція Хевісайда. Таким чином,  $\epsilon_e$  – діелектрична проникність

середовища при  $z \in (-\infty, h)$  та  $\epsilon_d$  – діелектрична проникність середовища при  $z \in [h, +\infty)$ . Вважається, що діелектрична проникність спейсера така ж, як діелектрична проникність плівки, в якій знаходиться 2DEG. Останній доданок рівняння (5) можна отримати, якщо записати густину додатного і від'ємного зарядів іонів та розкласти її в ряд Тейлора при  $h \gg d$ .

Нехай  $\mathbf{E}_0$  та  $n_0$  – прикладене зовнішнє поле та рівноважна поверхнева концентрація електронів, поле  $\mathbf{E}_0$  напрямлене паралельно осі  $x$ , а  $\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t)$  та  $\tilde{n}(x, y, t)$  – малі відхилення від відповідних їм рівноважних значень, такі, що  $\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_0 + \tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t)$  та  $n(x, y, t) = n_0 + \tilde{n}(x, y, t)$ . Тоді

$$E = \sqrt{E_0^2 + 2(\mathbf{E}_0 \cdot \tilde{\mathbf{E}}) + \tilde{E}^2} \simeq E_0 + s(E_0)(\mathbf{e}_x \cdot \tilde{\mathbf{E}}), \quad (6)$$

де за означенням знак функції

$$s(E_0) = \begin{cases} 1, & E_0 \geq 0, \\ -1, & E_0 < 0. \end{cases}$$

Далі припускають, що рухливість  $\mu_E(E)$  залежить від модуля повного поля. З урахуванням (6) можна показати, що при малих відхиленнях від рівноважного поля маємо

$$\begin{aligned} \mu_E(E) &\simeq \mu_E(E_0 + s(E_0)(\mathbf{e}_x \cdot \tilde{\mathbf{E}})) \simeq \mu_E(E_0) + \\ &+ \frac{\partial \mu_E(E_0)}{\partial E_0} s(E_0)(\mathbf{e}_x \cdot \tilde{\mathbf{E}}) = \mu_0 + \mu'_0 s(E_0)(\mathbf{e}_x \cdot \tilde{\mathbf{E}}). \end{aligned} \quad (7)$$

Малі відхилення представляють у вигляді  $\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_1(x, y, z)e^{-i\omega t}$  та  $\tilde{n}(x, y, t) = n_1(x, y)e^{-i\omega t}$ . Поле  $\mathbf{E}_1(x, y, z)$  пов'язане з потенціалом  $\varphi(x, y, z)$  співвідношенням  $\mathbf{E}_1 = -\nabla\varphi$ . Оскільки рівняння Пуассона (5) є лінійним, то будь-яка лінійна комбінація його розв'язків є також його розв'язком. Це означає, що розв'язок цього рівняння можна шукати у такому вигляді:

$$\varphi(x, y, z) = \varphi_e(x, y, z) + \varphi_d(x, y, z), \quad (8)$$

де  $\varphi_e(x, y, z)$  – потенціал екранованих диполем електронів, а  $\varphi_d(x, y, z)$  – потенціал диполя. Таким чином, позначивши  $A_d(\omega) = \omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma\omega$ , можна отримати

мати таку систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} d = -\frac{e^*}{m^*}(\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \frac{\varphi_e}{A_d(\omega)} \Big|_{x=0, y=0, z=h}, \\ \kappa \Delta \varphi_d - (\varepsilon_e - \varepsilon_d) \delta(z-h) \frac{\partial \varphi_d}{\partial z} = \\ -4\pi e^* d (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \delta(x) \delta(y) \delta(z-h), \\ \kappa \Delta \varphi_e - (\varepsilon_e - \varepsilon_d) \delta(z-h) \frac{\partial \varphi_e}{\partial z} = 4\pi e n_1 \delta(z), \\ i\omega n_1 - n_0 \left[ \mu_0 \Delta_{\parallel} (\varphi_e + \varphi_d) + \mu'_0 s(E_0) E_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\varphi_e + \varphi_d) \right] \Big|_{z=0} - \\ -\mu_0 (\mathbf{E}_0 \cdot \nabla_{\parallel} n_1) + D \Delta_{\parallel} n_1 = 0. \end{array} \right. \quad (9)$$

Розв'язки рівняння

$$A_d(\omega) = \omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma\omega = 0 \quad (10)$$

дають власну частоту та загасання диполя.

Потенціал диполя  $\varphi_d(x, y, z)$  є розв'язком другого рівняння системи (9), має вигляд

$$\varphi_d = -\frac{2e^* d}{\varepsilon_e + \varepsilon_d} \frac{\xi_x x + \xi_y y + \xi_z (z-h)}{(x^2 + y^2 + (z-h)^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

Для скорочення позначень зручно ввести  $\psi = \varphi_d|_{z=0}$ . Оскільки вираз (8) дозволив розділити рівняння (5) на друге і третє рівняння системи (9), це дає змогу виконати перетворення Фур'є:

$$\varphi_e(\mathbf{r}, z) = \int d^2k \varphi_k(z) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad n_1(\mathbf{r}) = \int d^2k n_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$$

та

$$\psi(\mathbf{r}) = \int d^2k \psi_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

де

$$\mathbf{r} = (x, y), \quad \mathbf{k} = (k_x, k_y), \quad \int d^2k \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y.$$

Величини  $\varphi_k(z)$ ,  $n_k$  та  $\psi_k$  є відповідно фур'є-образами потенціалу екранованих диполем електронів, поверхневої концентрації та потенціалу диполя в точці  $z=0$ . Тоді рівняння Пуассона для  $\varphi_k(z)$  з системи (9) і не-

обхідні граничні умови матимуть вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \varphi_k}{dz^2} - k^2 \varphi_k = 0, \\ \varphi_k|_{z \rightarrow \pm \infty} \rightarrow 0, \\ \varphi_k|_{z=0+\varepsilon} = \varphi_k|_{z=0-\varepsilon}, \\ \varphi_k|_{z=h+\varepsilon} = \varphi_k|_{z=h-\varepsilon}, \\ \frac{d\varphi_k}{dz} \Big|_{z=0+\varepsilon} - \frac{d\varphi_k}{dz} \Big|_{z=0-\varepsilon} = \frac{4\pi e n_k}{\varepsilon_e}, \\ \varepsilon_d \frac{d\varphi_k}{dz} \Big|_{z=h+\varepsilon} - \varepsilon_e \frac{d\varphi_k}{dz} \Big|_{z=h-\varepsilon} = (\varepsilon_e - \varepsilon_d) \frac{d\varphi_k}{dz} \Big|_{z=h}, \end{array} \right. \quad (12)$$

де величина  $\varepsilon \rightarrow +0$ .

Виконавши перетворення Фур'є та розв'язавши систему (12), можна отримати

$$\left\{ \begin{array}{l} d = \frac{2\pi e}{\varepsilon_d} \frac{e^*}{m^* A_d(\omega)} \int d^2k \left( i \frac{\boldsymbol{\xi}_{\parallel} \mathbf{k}}{k} - \xi_z \right) e^{-kh} n_k, \\ \psi_k = \frac{e^* d}{\pi(\varepsilon_e + \varepsilon_d)} \left( i \frac{\boldsymbol{\xi}_{\parallel} \mathbf{k}}{k} + \xi_z \right) e^{-kh}, \\ \varphi_k = -\frac{2\pi e n_k}{\varepsilon_e k} \left( 1 + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} e^{-2kh} \right) e^{kz}, \quad z \in (-\infty, 0], \\ \varphi_k = -\frac{2\pi e n_k}{\varepsilon_e k} \left( e^{-kz} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} e^{kz-2kh} \right), \quad z \in [0, h], \\ \varphi_k = -\frac{2\pi e n_k}{\varepsilon_d k} e^{-kz}, \quad z \in [h, +\infty), \\ i\omega n_k + n_0 \left[ \mu_0 k^2 (\varphi_k + \psi_k) + \mu'_0 s(E_0) k_x^2 (\varphi_k + \psi_k) \right] \Big|_{z=0} - \\ -i\mu_0 E_0 k_x n_k - D k^2 n_k = 0. \end{array} \right. \quad (13)$$

При відсутності диполя ( $d=0$ ,  $\psi_k=0$ ), з чотирьох останніх формул системи (13) можна отримати дисперсійне рівняння для коливань 2DEG:

$$A_e(\omega, k) = i\omega - i\mu_0 E_0 k_x - M(k) - Dk^2 = 0, \quad (14)$$

де

$$M(k) = \frac{2\pi e n_0}{\varepsilon_e k} \left( 1 + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} e^{-2kh} \right) B(k),$$

та

$$B(k) = (\mu_0 k^2 + \mu'_0 s(E_0) E_0 k_x^2).$$

Другий доданок рівняння (14) пов'язаний з дрейфом носіїв заряду, третій доданок – з максвеллівським часом релаксації та провідністю, четвертий – з дифузіїю. Таким чином, розв'язок рівняння (14) дає спектр

$\omega(k)$  елементарних збуджень 2DEG при дрейфово-дифузійному русі електронів. Якщо  $\mu'_0 \geq 0$ , то величина  $M(k) > 0$  і в системі відбуваються загасання коливань, оскільки  $\text{Im}(\omega) < 0$ . Якщо ж величина  $M(k)$  змінює знак (за рахунок зміни знака  $\mu'_0$ ) і стає більшою по абсолютній величині за  $Dk^2$ , то загасання коливань змінюється на експоненційне наростання коливань, яке може обмежуватись тільки нелінійними ефектами. Зверніть увагу на те, що у величину  $M(k)$  входить множник  $(1 + ((\varepsilon_e - \varepsilon_d)/\varepsilon_d) e^{-2kh})$ , який дорівнює одиниці, якщо  $\varepsilon_e = \varepsilon_d$ ; є меншим за одиницю, коли  $\varepsilon_e < \varepsilon_d$  та більшим за одиницю, коли  $\varepsilon_e > \varepsilon_d$ . Отже, якщо зразок помістити в середовище з достатньо великою діелектричною проникністю, то можна зменшити величину  $M(k)$  і тим самим зменшити дисипації енергії електронів.

Якщо ж диполь присутній, то з системи (13) можна отримати інтегральне рівняння для  $n_k$ :

$$n_k = -\frac{2en_0}{\varepsilon_d} \frac{e^{*2} B(k) \left( i \frac{\xi_{\parallel} k}{k} + \xi_z \right) e^{-kh}}{m^*(\varepsilon_e + \varepsilon_d) A_d(\omega) A_e(\omega, k)} \times \int d^2 k' \left( i \frac{\xi_{\parallel} k'}{k'} - \xi_z \right) e^{-k'h} n_{k'}. \quad (15)$$

Рівняння (15) є інтегральним із сепарабельним ядром. Та частина ядра, що не залежить від  $k'$ , винесена за інтеграл. Використовуючи це рівняння, можна зробити граничний перехід до невзаємодіючих диполя та 2DEG. Дійсно, при  $h \rightarrow +\infty$  потенціал буде скінченним, якщо  $A_e(\omega, k) A_d(\omega) \rightarrow 0$ , а це приведе до рівнянь (10) та (14), які описують невзаємодіючі системи.

Можна показати, що з точністю до довільної сталої  $C$ , розв'язок рівняння (15) є таким:

$$n_k = -C \frac{2en_0}{\varepsilon_d} \frac{e^{*2} B(k) \left( i \frac{\xi_{\parallel} k}{k} + \xi_z \right) e^{-kh}}{m^*(\varepsilon_e + \varepsilon_d) A_d(\omega) A_e(\omega, k)}, \quad (16)$$

за умови, що виконується рівність

$$1 = \frac{2en_0}{\varepsilon_d} \frac{e^{*2}}{m^*(\varepsilon_e + \varepsilon_d) A_d(\omega)} \int d^2 k \frac{B(k) \left[ \left( \frac{\xi_{\parallel} k}{k} \right)^2 - \xi_z^2 \right] e^{-2kh}}{A_e(\omega, k)}. \quad (17)$$

Рівняння (17) є умовою існування нетривіальних розв'язків рівняння (15) і в даній роботі формально називатиметься дисперсійним рівнянням. При відсутності трансляційної симетрії розв'язки трансценден-

тного рівняння (17) (власна частота коливань системи) не залежать від хвильового вектора. Надалі головну увагу даної роботи буде приділено аналізу цього рівняння.

Розглянуто модель, що описує взаємодію диполя з двовимірним електронним газом при трьох можливих орієнтаціях диполя. Використовуючи рівняння осцилятора для диполя та рівняння для густини струму у дрейфово-дифузійному наближенні і неперервності для електронів, а також рівняння Пуассона, отримано дисперсійне рівняння для розглянутої фізичної системи. Це дисперсійне рівняння дає інформацію про перенормування частоти та загасання диполя при його взаємодії з двовимірним електронним газом.

### 3. Розрахунки та аналіз дисперсійних кривих у випадку сталої рухливості

В даному розділі розглянуто найпростіші розв'язки дисперсійного рівняння (17), коли рухливість  $\mu_0$  не залежить від поля. Тоді рівняння (17) набуває вигляду

$$(\Omega^2 - 1 + i\Omega\Gamma) = \Omega_{\text{int}} \times \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} dk \frac{k^3 e^{-k} (\xi_x^2 \cos^2 \theta + \xi_y^2 \sin^2 \theta + \xi_z^2)}{i\Omega - i\Omega_{\text{dr}} k \cos \theta - M_{\tau} (1 + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} e^{-k}) k - D_{\tau} k^2}. \quad (18)$$

Щоб отримати з рівняння (17) рівняння (18), потрібно поставити  $\mu'_0 = 0$  та здійснити перехід до безрозмірних змінних, позначивши:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \Gamma = \frac{\gamma}{\omega_0}, \quad \Omega_{\text{int}} = \frac{2e^{*2} en_0 \mu_0}{\varepsilon_d (\varepsilon_e + \varepsilon_d) m^* (2h)^4 \omega_0^3},$$

$$\Omega_{\text{dr}} = \frac{\mu_0 E_0}{2\omega_0 h}, \quad M_{\tau} = \frac{\pi en_0 \mu_0}{\varepsilon_e \omega_0 h}.$$

Припускають, що коефіцієнт дифузії  $D$  не залежить від поля і пов'язаний з рухливістю співвідношенням Ейнштейна при  $E_0 = 0$ . Тому маємо

$$D_{\tau} = \frac{D}{(2h)^2 \omega_0} = \frac{k_B T}{e} \frac{\mu_0}{(2h)^2 \omega_0}.$$

Величина  $\Omega_{\text{int}}$  відповідає за взаємодію диполя з 2DEG. Позначимо  $\kappa^{*2} = \frac{\varepsilon_d (\varepsilon_e + \varepsilon_d)}{2}$ . Тоді  $\Omega_{\text{int}}$  можна переписати через енергію взаємодії електронного газу з диполем, якщо відповідним чином помножити та ділити її на певні величини:

$$\Omega_{\text{int}} = \frac{e^{*2} en_0 \mu_0}{\kappa^{*2} m^* (2h)^4 \omega_0^3} = \frac{(ee^* d)^2}{\kappa^{*2} (2h)^4} \frac{n_0 \mu_0}{2e\omega_0 W_k^d},$$

де  $e^{*d}$  – дипольний момент диполя,  $W_k^d = (m^* d^2 \omega_0^2)/2$  – кінетична енергія диполя. Далі можна застосувати співвідношення Ейнштейна, тоді

$$\Omega_{\text{int}} = \frac{W_c^{e-d}}{W_k^d} \frac{W_c^{e-d}}{k_B T} \frac{n_0 D}{2\omega_0},$$

де

$$W_c^{e-d} = \frac{(ee^* d)}{\kappa^* (2h)^2}$$

– кулонівська енергія взаємодії електронного газу з диполем. Беручи до уваги те, що  $N = n_0 \pi (2h)^2$  – середня кількість електронів у колі радіусом  $2h$  та що дифузійний час розсмоктування збурення  $\tau_D = (2h)^2/D$ , можна остаточно записати:

$$\Omega_{\text{int}} = \frac{1}{2\pi} \frac{W_c^{e-d} N}{W_k^d} \frac{W_c^{e-d} N}{k_B T N} \frac{1}{\omega_0 \tau_D}. \quad (19)$$

Таким чином отримано, що параметр взаємодії  $\Omega_{\text{int}}$  є відношення квадрата кулонівської енергії взаємодії  $N$  електронів 2DEG з диполем до кінетичної енергії диполя, помноженої на кінетичну енергію  $N$  електронів  $k_B T$  і помноженої на добуток частоти диполя та дифузійного часу розсмоктування збурення.

Величина  $\Omega_{\text{dr}}$  пов'язана з дрейфом електронів і пропорційна електричному полю. Величини  $M_\tau$  та  $D_\tau$  пов'язані, відповідно, з максвелівським часом релаксації та з часом дифузійного розсмоктування й відповідають за дисипативні процеси в 2DEG. При фіксації всіх вищезгаданих величин та виборі певної орієнтації диполя розв'язком рівняння (18) є власна частота коливання системи.

На відміну від інших величин, які входять у рівняння (18),  $\Omega_{\text{dr}}$  може змінюватись у досить широкому діапазоні, оскільки залежить від прикладеного поля  $E_0$ . Тому рівняння (18) надалі розглядаємо як неявну залежність  $\Omega$  від  $\Omega_{\text{dr}}$  при всіх інших фіксованих параметрах. При цьому частота є комплексною величиною. Позначимо  $\Omega = \Omega' + i\Omega''$ .

У випадку слабого зв'язку ( $\Omega_{\text{int}} \rightarrow 0$ ) дійсна частина формується з частоти диполя і малої добавки до його частоти, а уявна частина формується загасанням диполя ( $\frac{\Gamma}{2}$  оскільки  $\Gamma$  входить тільки у праву частину дисперсійного рівняння) та малої добавки до цього загасання. Тому зручно ввести поправки до дійсної частини частоти диполя (до одиниці у безрозмірних змінних) та до половини загасання  $\Gamma$  коливань диполя так:

$$\begin{aligned} R_d(\Omega_{\text{dr}}) &= \Omega'(\Omega_{\text{dr}}) - 1, \\ I_d(\Omega_{\text{dr}}) &= \Omega''(\Omega_{\text{dr}}) + \frac{\Gamma}{2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Надалі будемо використовувати ці поправки, оскільки вони містять всю необхідну інформацію про коливання системи диполя та 2DEG.

Точні розв'язки рівняння (18) можуть бути знайдені лише чисельними методами. Проте, можна отримати деякі наближені аналітичні розв'язки. Розглянемо частинний випадок рівного нулю електричного поля:  $E_0 = 0$ . Тоді, якщо підінтегральну функцію в рівнянні (18) помножити і поділити на комплексно-спряжений до знаменника вираз та прирівняти окремо дійсні, а окремо уявні частини рівняння, то можна отримати, що поправка  $I_d(\Omega_{\text{dr}})$  строго менша за нуль:

$$\begin{aligned} I_d &= -\frac{\Omega_{\text{int}}}{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty k^3 e^{-k} \times \\ &\times \frac{(\xi_x^2 \cos^2 \theta + \xi_y^2 \sin^2 \theta + \xi_z^2) dk}{(D_\tau k^2 + M_\tau \left(1 + \frac{\varepsilon_e + \varepsilon_d}{\varepsilon_d} e^{-k}\right) k - \Omega'')^2 + (\Omega')^2} < 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Тепер розглянемо другий граничний випадок високих полів ( $\Omega_{\text{dr}} \gg 1$ ). Після інтегрування по  $\theta$  в правій частині рівняння (18) можна зробити наближення  $\Omega_{\text{dr}} \gg 1$  і тоді проінтегрувати по  $k$ . Тоді наближений аналітичний розв'язок для достатньо високих полів має вигляд

$$\begin{cases} R_d = -2\pi\Omega_{\text{int}} \left[ \frac{\xi_y^2 + \xi_z^2}{\Omega_{\text{dr}}} + (\xi_x^2 - \xi_y^2) \frac{M_\tau(9\varepsilon_d - \varepsilon_e) + 24D_\tau}{8\Omega_{\text{dr}}^2} \right], \\ I_d = \frac{2\pi\Omega_{\text{int}} (\xi_x^2 - \xi_y^2)}{\Omega_{\text{dr}}^2}. \end{cases} \quad (22)$$

З цього розв'язку видно, що добавка до дійсної частини частоти диполя є меншою за нуль. Добавка до загасання диполя може бути більшою за нуль (наростання коливань) для орієнтації диполя паралельно полю ( $\xi_x = 1, \xi_y = 0, \xi_z = 0$ ). Вона завжди є меншою за нуль (загасання коливань) при орієнтації вздовж осі  $y$  або  $z$ . Таким чином, при орієнтації диполя паралельно полю можливе збудження коливань диполя дрейфом електронів. Для наростання коливань системи потрібно, щоб внесок у  $I_d$  за рахунок дрейфової складової (параметра  $\Omega_{\text{dr}}$ ) був більшим за сумарний внесок в  $I_d$  дифузійного часу розсмоктування та максвелівського часу релаксації. Також для того, щоб мала місце нестійкість системи, потрібно, щоб поправка  $I_d$  була більшою за загасання диполя  $\Gamma$ .

Використовуючи формули (21) та (22), можна робити висновки про структуру функції  $I_d(\Omega_{\text{dr}})$ . Наприклад, при орієнтації диполя паралельно полю при

низьких полях  $I_d < 0$ , а при високих полях  $-I_d > 0$  та спадає як функція параметра  $\Omega_{dr}$ . Отже, функція  $I_d(\Omega_{dr})$  повинна десь перетнути вісь  $\Omega_{dr}$ , потім досягти максимуму (як мінімум одного) і далі спадати як  $1/\Omega_{dr}^2$ . З формули (22) також випливає, що при високих полях поправка  $R_d$  асимптотично наближається до нуля.

Для чисельних досліджень рівняння (18) необхідно вибрати конкретні матеріали та параметри. Ці параметри слід вибрати такими, щоб виконувались нерівності (2). Для ілюстрації його розв'язків розглянуто квантову яму на основі GaN (з вюрцитною структурою) з діелектричною проникністю  $\varepsilon_e = 5,35$  та рухливістю  $\mu_0 = 500 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Цей матеріал вибраний, оскільки в ньому реалізуються порівняно низькі рухливості, що потрібно для справедливості нерівностей (2). Параметри, які стосуються матеріалу GaN, взято з [6, 7]. Інші параметри, що відносяться до 2DEG будуть вказуватись додатково під час проведення аналізу.

Знаючи рухливість  $\mu_0$ , можна оцінити час вільного пробігу електрона, якщо його ефективна маса  $m_e = 0,2m_0$ , де  $m_0$  – маса вільного електрона. Таким чином, час вільного пробігу  $\tau = \frac{m_e}{m_e} \mu_0 = 5,7 \cdot 10^{-14} \text{ с}$ . Тоді довжина вільного пробігу електрона може бути оцінена як  $\lambda = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_e}} \tau$ , де  $k_B$  – стала Больцмана. Характерному розміру системи  $h$  відповідає хвильовий вектор  $k$  порядку  $\frac{1}{h}$ . Тоді нерівності (2) можна переписати так:

$$\sqrt{\frac{2k_B T}{m_e}} \frac{\tau}{h} < 1, \quad \omega_0 < \frac{1}{\tau}. \quad (23)$$

Оцінка часу вільного пробігу електрона для вибраного матеріалу показує, що частота коливань диполя повинна знаходитись у субтерагерцовому діапазоні частот або бути близькою до частоти 1 ТГц. На роль такого диполя можуть претендувати важкі органічні молекули [11–13], багатоелектронні квантові точки [14], характерні частоти яких знаходяться якраз у цьому діапазоні, або якісь інші, штучно створені системи з достатньо великим дипольним моментом та достатньо низькими частотами коливань. Маючи на увазі застосування важкої органічної молекули як диполя, заряд  $e^*$  приймають як рівний заряду електрона, а зведена маса  $m^* = 2000m_0$ . Слід зазначити, що необхідність низьких частот або низької рухливості електронів пов'язана тільки з обмеженістю розглянутої моделі, тобто з нерівностями (23). Фізичні ефекти, що розглянуто в роботі, напевно, будуть мати місце і у високочастотній області коливань.

У даній роботі відстань від 2DEG до диполя  $h$  та циклічну частоту диполя  $\omega_0$  для ілюстрації розв'язків дисперсійного рівняння вибирають такими:  $h = 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}$  та  $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^{12} \text{ 1/с}$  (що відповідає частоті 1 ТГц.). Середовище, в якому знаходиться диполь вибирають вакуумом з  $\varepsilon_d = 1$ . Тоді першу з нерівностей (23) можна задовольнити при досить низьких температурах. З іншого боку, розглянута модель справедлива для невироджених носіїв заряду. Друга з нерівностей (23) задовольняється при вказаній вище рухливості.

На рис. 2,а наведено залежність поправки  $R_d$  від параметра  $\Omega_{dr}$ , при орієнтації диполя паралельно осі  $x$ . З цього рисунка видно, що чим більша концентрація (при фіксованій температурі), тим більший ефект перенормування дійсної частини частоти, і чим більша температура (при фіксованій концентрації електронів), тим менший ефект перенормування дійсної частини частоти.

На рис. 2,б показано залежність поправки  $I_d$  від параметра  $\Omega_{dr}$  при орієнтації диполя паралельно осі  $x$ . Розглянемо, наприклад, криву, побудовану при  $n_0 = 10^{10} \text{ см}^{-2}$  та температурі 300 К. У цьому випадку знак уявної частини частоти змінюється, коли  $\Omega_{dr} \simeq 0,75$ . Значення поля  $E_0$ , яке відповідає цьому значенню параметра  $\Omega_{dr} \in E_0 \simeq 37,7 \text{ кВ/см}$ . Як відомо [7], дрейфова швидкість електронів, як функція прикладеного електричного поля в GaN, досягає максимуму при полях приблизно 100–150 кВ/см. Оскільки уявна частина частоти змінює знак, то система є нестійкою, і відбувається наростання коливань цієї системи.

Як видно з рис. 2,б, що чим більша концентрація носіїв струму ( $M_T$ ), тим більша роль дисипацій в 2DEG, більші поля, за яких відбувається зміна знака  $\text{Im}(\Omega)$  та тим менше максимальне значення інкременту нестійкості. Також при збільшенні температури коефіцієнт дифузії збільшується, тому інкремент нестійкості повинен зменшуватись. Але при певних параметрах та при орієнтації диполя паралельно полю за рахунок дрейфу електронів існує тенденція до наростання коливань системи. Аналіз формули (14) показує, що максимальний внесок у наростання коливань можуть вносити хвилі, що поширюються паралельно полю. Диполь взаємодіє зі всіма колективними збудженнями 2DEG, але система може бути нестійкою через взаємодію з хвилями, які поширюються вздовж поля.

Якщо розглядати інкремент нестійкості як функцію параметра  $\Omega_{dr}$ , то легко помітити, що в кожному окремому випадку (або при фіксованих концен-

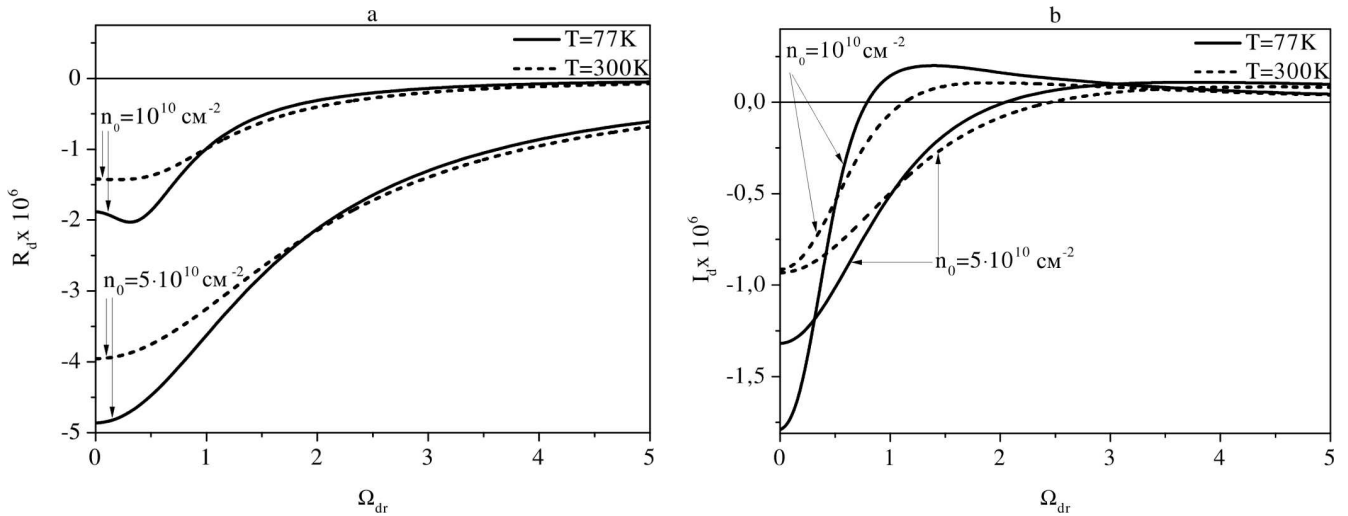


Рис. 2. Залежність поправки  $R_d$  (a) та поправки  $I_d$  (b) від параметра  $\Omega_{dr}$  при орієнтації диполя паралельно осі  $x$ , при різних температурах та концентраціях електронів

трації та температурі) існує деякий критичний параметр  $\Omega_{dr}^c$ , зліва від якого  $\text{Im}(\Omega) < 0$ , а справа –  $\text{Im}(\Omega) > 0$ . Ця точка  $\Omega_{dr}^c$  є точкою, в якій функція  $\text{Im}(\Omega(\Omega_{dr})) = 0$ . Її положення залежить від концентрації та температури. Тому можна управляти її положенням, змінюючи температуру та концентрацію електронів.

Як показали формули (21) та (22), при орієнтації диполя перпендикулярно полю коливання системи повинні загасати з часом. Тому для прикладу достатньо розглянути якийсь один випадок, наприклад, коли диполь орієнтований паралельно осі  $z$ .

На рис. 3 наведено залежності поправок  $R_d$  та  $I_d$  від параметра  $\Omega_{dr}$  при орієнтації диполя паралельно осі  $z$ . За рахунок орієнтації диполя перпендикулярно полю ефект загасання коливань системи збільшується (приблизно вдвічі при малих полях) у порівнянні з випадком, коли диполь орієнтований вздовж осі  $x$ . Також видно, що чим більша концентрація та менша температура, тим більші ефекти перенормування частоти спільних коливань диполя та 2DEG.

При орієнтації диполя перпендикулярно до поля спостерігається ефект індукованого електронами загасання коливань. При орієнтації диполя паралельно полю при низьких полях теж наявний ефект загасання коливань системи, але при досить великих полях уявна частина частоти змінює знак, тобто існує тенденція до нестійкості системи. Проведені чисельні дослідження рівняння (18) якісно узгоджуються з формулами (21) та (22). Показано, що під час зменшення впливу дисипативних процесів значення критичного

поля, за якого змінюється знак уявної частини частоти, зменшується.

#### 4. Розрахунки та аналіз дисперсійних кривих у випадку рухливості Крьомера

Дисперсійне рівняння (17) отримане в досить загальному вигляді. Воно виведене для довільної рухливості, тому для кожної окремої фізичної ситуації потрібно вказати або обчислити залежність рухливості від поля. У даному розділі використано рухливість у моделі Крьомера [8]. Модель, яку було запропоновано для пояснення ефекту Ганна [9, 10], дозволить розглянути взаємодію 2DEG з диполем в умовах від'ємної диференціальної провідності.

Отже, в моделі Крьомера дрейфова швидкість  $V_{dr}(E_0)$  має вигляд

$$v_{dr}(f) = \frac{1 + \frac{1+5b}{3-b}}{1+b} \frac{1 + bf^4}{1 + \frac{1+5b}{3-b} f^4} f, \quad (24)$$

де  $v_{dr}(f) = V_{dr}(E_0)/v_m$  та  $f = E_0/E_m$ , відповідно, безрозмірна дрейфова швидкість та прикладене поле. Величина  $v_m = \mu_m E_m$  – максимальне значення дрейфової швидкості електронів  $V_{dr}$ .  $E_m$  та  $\mu_m$  – поле та рухливість, які відповідають  $v_m$ . Чим менше значення параметра  $b > 0$ , тим більша область спаду дрейфової швидкості і більший прояв ефекту Ганна. Легко перевірити, що  $v_{dr}|_{f=1} = 1$  та  $\frac{dv_{dr}}{df}|_{f=1} = v'_{dr} = 0$ . Залежність дрейфової швидкості електронів  $v_{dr}$  від поля  $f$  показано на рис. 4.

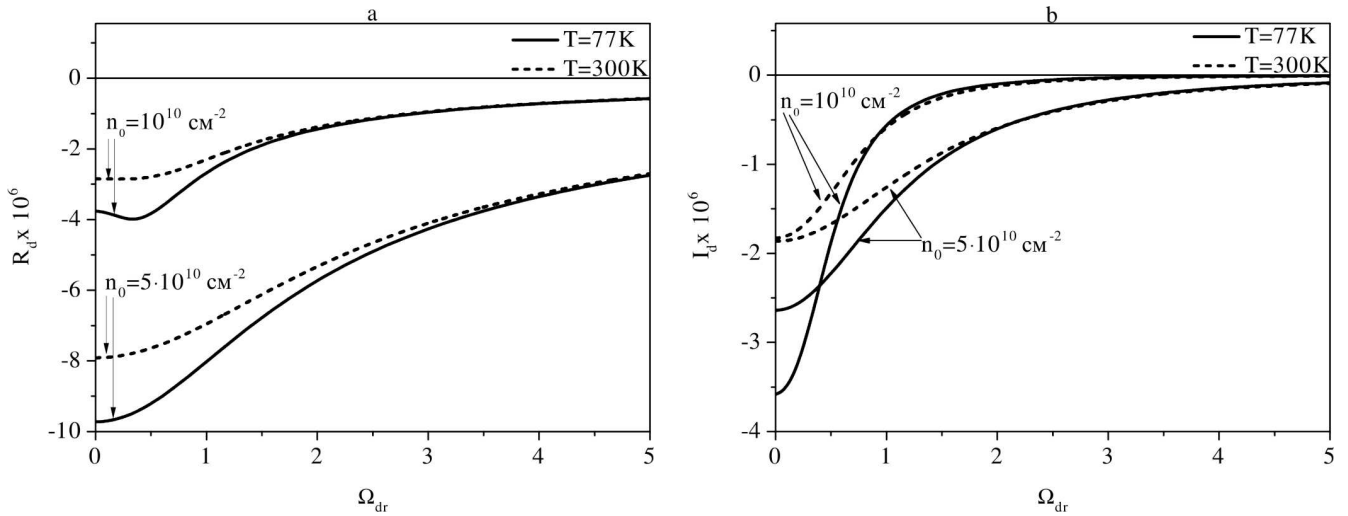


Рис. 3. Залежність поправки  $R_d$  (a) та поправки  $I_d$  (b) від параметра  $\Omega_{dr}$  при орієнтації диполя паралельно осі  $z$ , при різних температурах та концентраціях електронів

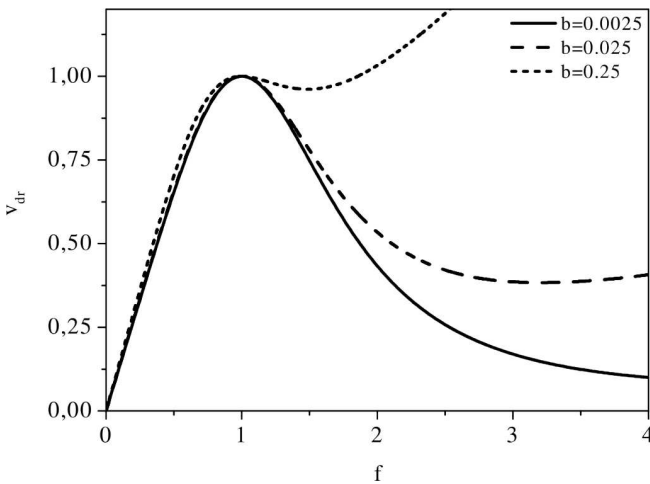


Рис. 4. Залежність дрейфової швидкості електронів від поля при різних значеннях параметра  $b$  в моделі Крьомера [8]

У даному розділі дисперсійне рівняння, очевидно, буде відрізнятися від рівняння (18), оскільки тепер  $\mu'_0 \neq 0$ . Також зручно перейти до дещо інших безрозмірних змінних, ніж у попередньому розділі. Тоді дисперсійне рівняння (17) набуває такого вигляду:

$$(\Omega^2 - 1 + i\Omega\Gamma) = \bar{\Omega}_{int} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty dk k^3 e^{-k} \times \frac{(\mu + \mu' f \cos^2 \theta) (\xi_x^2 \cos^2 \theta + \xi_y^2 \sin^2 \theta + \xi_z^2)}{\bar{A}_e(\Omega, k)}, \quad (25)$$

де

$$\bar{A}_e(\Omega, k) = i\Omega - i\bar{\Omega}_{dr}\mu f k \cos \theta - \bar{M}(k) - \bar{D}_\tau k^2$$

та

$$\bar{M}(k) = \bar{M}_\tau k \left( 1 + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} e^{-k} \right) (\mu + \mu' f \cos^2 \theta).$$

Також позначено:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \Gamma = \frac{\gamma}{\omega_0}, \quad \bar{\Omega}_{int} = \frac{e^{*2} en_0 \mu_m}{\varepsilon_d (\varepsilon_e + \varepsilon_d) m^* (2h)^4 \omega_0^3},$$

$$\bar{\Omega}_{dr} = \frac{\mu_m E_m}{2\omega_0 h}, \quad \bar{M}_\tau = \frac{\pi en_0 \mu_m}{\varepsilon_e \omega_0 h}, \quad \bar{D}_\tau = \frac{k_B T}{e} \frac{\mu_m}{(2h)^2 \omega_0},$$

$$\mu' = \frac{d\mu(f)}{df}, \quad v'_{dr} = \frac{dv_{dr}(f)}{df}.$$

Слід підкреслити, що у даному розділі параметр  $\bar{\Omega}_{dr}$  не залежить від поля  $E_0$ . Рівняння (25) розглядають як неявну залежність  $\Omega(f)$ .

Точні розв'язки рівняння (25) можуть бути знайдені лише чисельними методами, але можна отримати наближені аналітичні формули, які описуватимуть залежність поправок  $R_d$  та  $I_d$  від поля на лінійних ділянках дрейфової швидкості ( $v'_{dr} > 0$ ). Для простоти буде розглянуто випадок  $\varepsilon_e = \varepsilon_d$ . Далі розглянемо три можливі ситуації у межах наближення  $\bar{D}_\tau / \bar{M}_\tau \ll 1$ .



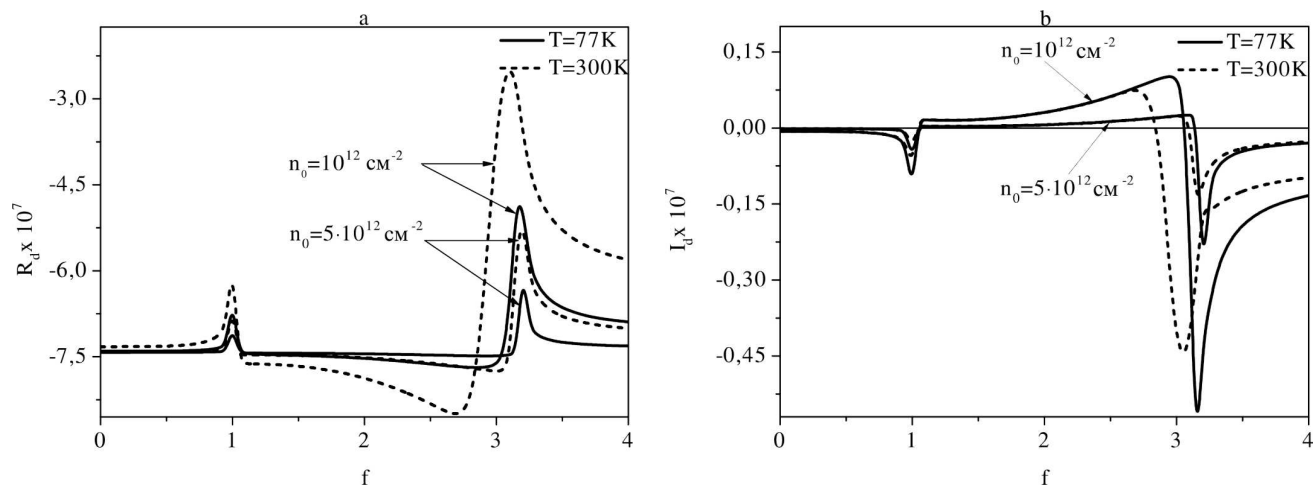


Рис. 5. Залежність поправки  $R_d$  (a) та поправки  $I_d$  (b) від поля  $f$  при орієнтації диполя паралельно осі  $x$ , при різних температурах та концентраціях електронів

Якщо диполь напрямлений паралельно до осі  $x$  ( $\xi_x = 1, \xi_y = 0, \xi_z = 0$ ), то:

$$\begin{cases} R_d = -R_0^{x,y} - \frac{\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau^2} \frac{(12\bar{D}_\tau - \Gamma)(\mu - \sqrt{\mu v'_{\text{dr}}})}{1 - R_0^{x,y} \sqrt{\mu v'_{\text{dr}}}(\mu - v'_{\text{dr}})}, \\ I_d = -\frac{\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau^2} \left( \frac{\mu}{(\mu - v'_{\text{dr}})\sqrt{\mu v'_{\text{dr}}}} - \frac{1}{\mu - v'_{\text{dr}}} \right), \end{cases} \quad (26)$$

де  $R_0^{x,y} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\Gamma^2}{4} - \frac{2\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau}}$ .

Якщо диполь напрямлений паралельно до осі  $y$  ( $\xi_x = 0, \xi_y = 1, \xi_z = 0$ ), то:

$$\begin{cases} R_d = -R_0^{x,y} - \frac{\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau^2} \frac{(12\bar{D}_\tau - \Gamma)(\sqrt{\mu v'_{\text{dr}}} - v'_{\text{dr}})}{1 - R_0^{x,y} \sqrt{\mu v'_{\text{dr}}}(\mu - v'_{\text{dr}})}, \\ I_d = -\frac{\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau^2} \left( \frac{1}{\mu - v'_{\text{dr}}} - \frac{v'_{\text{dr}}}{(\mu - v'_{\text{dr}})\sqrt{\mu v'_{\text{dr}}}} \right). \end{cases} \quad (27)$$

Якщо диполь напрямлений паралельно до осі  $z$  ( $\xi_x = 0, \xi_y = 0, \xi_z = 1$ ), то:

$$\begin{cases} R_d = -R_0^z - \frac{\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau^2} \frac{(12\bar{D}_\tau - \Gamma)}{1 - R_0^z \sqrt{\mu v'_{\text{dr}}}}, \\ I_d = -\frac{\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau^2} \frac{1}{\sqrt{\mu v'_{\text{dr}}}}, \end{cases} \quad (28)$$

де  $R_0^z = 1 - \sqrt{1 - \frac{\Gamma^2}{4} - \frac{8\pi\bar{\Omega}_{\text{int}}}{M_\tau}}$ .

Розглянемо, наприклад, випадок орієнтації диполя вздовж осі  $x$ . Тоді з формули (26) випливає, що коли  $f = 0$ , добавка до частоти диполя є від'ємною, оскільки  $(\pi\bar{\Omega}_{\text{int}})/M_\tau > 0$ . Далі, з ростом поля, ця добавка

зменшується. Також з цієї формули видно, що для достатньо малих полів, уявна частина частоти менша за нуль.

Далі буде представлено результати чисельних досліджень рівняння (25). У попередньому випадку GaN вибирали як матеріал для квантової ями. Тепер, коли дрейфова швидкість задається моделлю Крюмера, зручніше вибрати квантову яму на основі GaAs, оскільки для GaAs потрібні значно нижчі поля, щоб досягти максимуму дрейфової швидкості. Виберемо характерне значення параметра  $\mu_m$  для квантової ями на основі GaAs [15]:  $\mu_m \simeq 6667 \text{ cm}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Тоді при значенні поля  $E_m = 3 \text{ кВ/см}$  дрейфова швидкість досягає максимального значення  $V_d = 2 \cdot 10^7 \text{ см/с}$ . Як відомо [5], при полях порядку  $E_m$  час вільного пробігу електронів порядку 0,1 пс, тому нерівності (2) виконуються, коли  $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^{12} \text{ 1/с}$  і відстань  $h = 3 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ . Якщо  $b = 0,025$ , то дрейфова швидкість спадає на проміжку  $f \in (1, 3,21)$  (див. рис. 4). Діелектрична проникність GaAs  $\epsilon_e = 10,89$ , диполь знаходиться у вакуумі:  $\epsilon_d = 1$ .

На рис. 5 наведено залежність поправок  $R_d$  та  $I_d$  від поля  $f$  при орієнтації диполя паралельно осі  $x$ . Функція  $R_d(f)$  має два локальних максимуми, які зближуються при збільшенні коефіцієнта дифузії. Добавка до частоти диполя є від'ємною при всіх розглянутих параметрах. Вона також може бути і більшою за нуль за певних параметрів, які в даній статті не розглядаються.

Що стосується добавки до уявної частоти, показаної на рис. 5, b, то вона може бути різних знаків: від'ємною в досить широкому інтервалі полів та

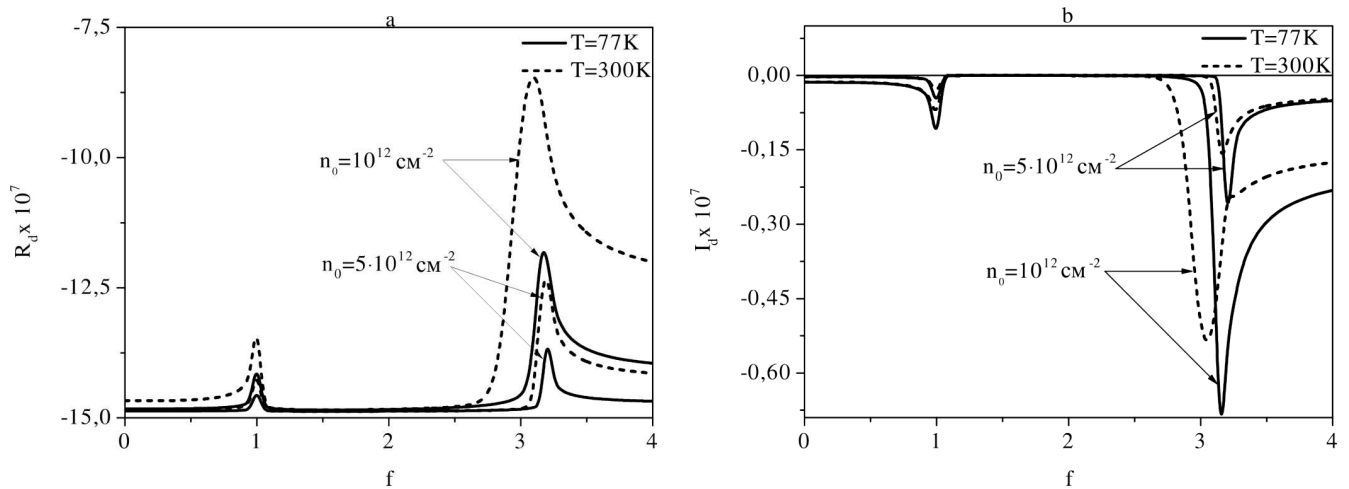


Рис. 6. Залежність поправки  $R_d$  (а) та поправки  $I_d$  (б) від поля  $f$  при орієнтації диполя паралельно осі  $z$ , при різних температурах та концентраціях електронів

додатною на певній ділянці області спаду дрейфової швидкості. Додатка до загасання диполя є додатною не у всій області полів, що відповідають спаду дрейфової швидкості. Ширина проміжку полів, для яких  $I_d(f) > 0$  збільшується при зменшенні температури. При збільшенні коефіцієнта дифузії інкремент нестійкості зменшується за рахунок того, що дифузія перешкоджає всяким наростанням коливань в такій фізичній системі. Проте, при певних температурах та концентраціях носіїв струму система є нестійкою і відбувається ефект наростання коливань цієї системи. Ця нестійкість зумовлена нестійкістю самого 2DEG. Як вже раніше зазначалось, з формули (14) випливає, що максимальний внесок в наростання коливань вносять ті хвилі, що поширюються паралельно полю. При збільшенні концентрації носіїв заряду ефект перенормування частоти та нестійкості системи є менш помітним, хоча проміжок полів, для яких має місце нестійкість, збільшується при збільшенні концентрації.

Як і в попередньому розділі, аналітичний аналіз дисперсійного рівняння показав, що коли диполь орієнтований перпендикулярно до поля, то в системі можливе тільки загасання коливань. Тому розглянемо тільки випадок орієнтації диполя паралельно осі  $z$ . На рис. 6 зображено залежності поправок  $R_d$  та  $I_d$  від поля  $f$  при орієнтації диполя паралельно осі  $z$ . Як видно з рис. 6, б, оскільки для всіх полів  $I_d(f) < 0$ , то можливе тільки загасання коливань такої системи.

Як і в попередньому розділі, при орієнтації диполя перпендикулярно до прикладеного поля наявний

ефект індукованого електронами загасання коливань. При орієнтації диполя паралельно полю система може бути нестійкою, що пов'язано зі взаємодією диполя з хвилями, що поширюються паралельно прикладеному полю. При зменшенні концентрації носіїв заряду ефекти перенормування частоти та інкремент нестійкості системи збільшуються, а при збільшенні коефіцієнта дифузії ефект перенормування частоти ослаблюється.

## 5. Висновки

Досліджено взаємодію диполя з двовимірним електронним газом при трьох можливих орієнтаціях диполя. Використовуючи рівняння осцилятора для диполя та рівняння для густини струму в дрейфово-дифузійному наближенні і неперервності для електронів, а також рівняння Пуассона, отримано дисперсійне рівняння для розглянутої фізичної системи. Це дисперсійне рівняння дає інформацію про перенормування частоти та загасання диполя при його взаємодії з двовимірним електронним газом.

Розглянуто випадок, коли рухливість не залежить від поля. Проведено аналіз відповідного дисперсійного рівняння та отримано його наближені розв'язки. Побудовано залежності поправок до частоти як функції параметра, що залежить лінійно від поля при різних орієнтаціях диполя, різних температурах та концентраціях носіїв заряду.

Аналіз дисперсійного рівняння виявив, що при орієнтації диполя паралельно полю додатка до частоти

диполя є від'ємною і при збільшенні поля асимптотично наближається до нуля. Додаток до уявної частини частоти як функції поля є меншою за нуль, потім перетинає вісь, досягає максимуму та спадає, асимптотично наближаючись до нуля. При досить високих полях, система може бути нестійкою і може бути наявним ефект наростання коливань цієї системи за рахунок дрейфу носіїв струму. Коли диполь паралельний полю, при збільшенні температури або концентрації електронів інкремент нестійкості зменшується. Це відбувається тому, що температура та концентрація відповідають за дисипативні процеси у 2DEG. Також показано, що при зменшенні впливу дисипативних процесів значення поля, за якого змінюється знак уявної частини частоти, зменшується.

Коли диполь орієнтований перпендикулярно полю, то поведінка дійсної частини частоти є подібною до поведінки цієї ж функції при орієнтації диполя паралельно полю, але уявна частина частоти є строго меншою за нуль. Тому при орієнтації диполя перпендикулярно полю, у системі відбувається загасання коливань.

Також розглянуто випадок, коли 2DEG знаходиться в умовах від'ємної диференціальної провідності і взаємодіє з диполем. Використовуючи модель Крьомера для дрейфової швидкості носіїв заряду, побудовано залежності добавок до частоти диполя як функції поля при різних орієнтаціях диполя, різних температурах та концентраціях носіїв заряду.

Показано, що при орієнтації диполя паралельно полю додаток до частоти диполя скрізь є від'ємною. Уявна частина частоти може бути різних знаків: від'ємною у досить широкому інтервалі полів, та додатною на певній ділянці полів області від'ємної диференціальної провідності. При певних температурах та концентраціях носіїв струму система є нестійкою, і може мати місце ефект наростання коливань цієї системи. Тільки при орієнтації диполя паралельно полю система може бути нестійкою, що пов'язано із взаємодією диполя з хвилями, які поширюються паралельно полю. При зменшенні концентрації носіїв заряду ефекти перенормування частоти та нестійкості системи збільшуються, а при збільшенні коефіцієнта дифузії ефект перенормування частоти ослаблюється.

Коли диполь орієнтований перпендикулярно до поля, додаток до частоти диполя скрізь є від'ємною. Додаток до загасання диполя є строго меншою за нуль,

тому у такій системі можливе тільки загасання коливань.

Спільним в обох розглянутих випадках (коли  $\mu' = 0$  та  $\mu' \neq 0$ ) є те, що при орієнтації паралельно полю в обох системах може мати місце нестійкість та наростання коливань, а при двох інших орієнтаціях наявний ефект індукованого електронами загасання коливань системи.

Досліджені явища можуть бути застосовані в молекулярній плазмоніці, а також для генерації субтерагерцового та терагерцового випромінювання.

Автор висловлює подяку професору В.О. Кочелупу за постійну увагу до роботи.

1. P. Anger, P. Bharadwaj, and L. Novotny, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 113002 (2006).
2. G. Baffou, C. Girard *et al.*, *Phys. Rev. B* **77**, 121101(R) (2008).
3. D.M. Schaadt, B. Feng, and E.T. Yu, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 063106 (2005).
4. X. Brokmann, L. Coolen *et al.*, *Chem. Phys.* **318**, 91 (2005).
5. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, and M.A. Stroschio, *Quantum Heterostructures: Microelectronics and Optoelectronics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).
6. V. Bougrov, M.E. Levinshstein, S.L. Rumyantsev, and A. Zubrilov, in *Properties of Advanced Semiconductor Materials: GaN, AlN, InN, BN, SiC, SiGe* (Wiley, New York, 2001), p. 1.
7. J. Kolnik *et al.*, *Journal of Applied Physics*, **78** (2) (1995).
8. H. Krömer *Proc.*, *IEEE* **52**, 1736 (1964).
9. B.K. Ridley and T.B. Watkins, *Proc. Phys. Soc.* **78**, 263 (1961).
10. J.B. Gunn, *Solid State Comm.* **1**, 88 (1963).
11. B. Yu, F. Zeng *et al.*, *Biophysical Journal* **86**, 1649 (2004).
12. V.N. Maistrenko, S. V. Sapernikova *et al.*, *J. of Analyt. Chem.* **55**, No. 6, 586 (2000).
13. R. Balu, H. Zhang *et al.*, *Biophysical J.* **94**, 3217 (2008).
14. T. Demel, D. Heitman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 788 (1990).

15. W.T. Masselink, *Semicond. Sci. Technol.* **4**, 503 (1989).

Одержано 30.07.09

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДРЕЙФУЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ  
С ОТДАЛЕННЫМ ДИПОЛЕМ

*С.Н. Кухтарук*

Резюме

Статья посвящена исследованию взаимодействия дрейфующих двумерных электронов и отдаленной молекулы. Для этого рассмотрено взаимодействие двумерного электронного газа (2DEG) с отдаленным диполем при трех возможных ориентациях последнего. Получено дисперсионное уравнение для совместных колебаний 2DEG и диполя. Проведены аналитическое и численное исследования этого уравнения. Для ориентации диполя перпендикулярно к приложенному электрическому полю имеет место эффект затухания колебаний, а при ориентации диполя параллельно полю может иметь место эффект нарастания колебаний системы. Разная зависимость подвижности от поля по-разному влияет на зависимость инкремента неустойчивости от концентрации электронов, что связано с разными механизмами неустойчивости.

INTERACTION OF DRIFTING ELECTRONS  
WITH A REMOTE DIPOLE

*S.M. Kukhtaruk*

Lashkaryov Institute of Semiconductor Physics,  
Nat. Acad. of Sci. of Ukraine  
(41, Nauky Prosp., Kyiv 03028, Ukraine;  
e-mail: kukhtaruk@gmail.com)

Summary

This article is devoted to the study of the interaction of drifting two-dimensional electrons and a remote molecule. The interaction of the two-dimensional electron gas (2DEG) with a remote dipole at three possible orientations of the latter is considered. The dispersion equation for joint oscillations of the 2DEG and a dipole is deduced, and the analytical and numerical studies of this equation are executed. For the orientations of the dipole perpendicularly to an applied electric field, the effect of a damping of oscillations is observed, and, at the orientation of the dipole in parallel to the field, the effect of a growth of oscillations of the system can arise. Different dependences of the mobility on the field strength affect differently the dependence of the instability increment on the concentration of electrons, which is related to different mechanisms of instability.