

## КВАЗИСТАЦІОНАРНІ СТАНИ ЕЛЕКТРОНА І ПРОВІДНІСТЬ СИМЕТРИЧНОЇ ТРИБАР'ЄРНОЇ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ

М.В. ТКАЧ, Ю.О. СЕГІ

УДК 538.958; 538.971  
© 2010

Чернівецький національний університет ім. Ю.Федьковича  
(Вул. Коцюбинського, 2, Чернівці 58012; e-mail: [ktf@chnu.edu.ua](mailto:ktf@chnu.edu.ua))

---

У моделях прямокутних і  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів симетричної трибар'єрної резонансно-тунельної структури (ТБРТС) досліджено еволюцію спектральних параметрів (резонансних енергій і ширин) квазістаціонарних станів електрона залежно від геометричних параметрів наносистеми. У наближенні малої величини напруженості електричного поля знайдено провідність симетричної ТБРТС. Встановлено, що в моделі  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів, внаслідок ігнорування різниці ефективних мас електрона у ямах та у бар'єрах, максимальні значення провідності виявляються заниженими у десятки разів порівняно з більш реалістичною моделлю прямокутних потенціалів.

---

### 1. Вступ

Трибар'єрні плоскі наноструктури привертають увагу дослідників як з фундаментальної, так і з прикладної точок зору. Інтерес до вивчення квазістаціонарних станів (КСС) електронів у таких ТБРТС значно зріс після встановлення, що ці наносистеми можуть слугувати базовим елементом експериментально створеного квантового каскадного лазера [1, 2], який працює у актуальному терагерцовому діапазоні частот.

Хоча теоретичні роботи [3–6], що вивчають властивості спектральних параметрів КСС (резонансні енергії (РЕ) та резонансні ширини (РШ)) електронів у резонансно-тунельних структурах (РТС), а також провідність під час проходження крізь систему пучка електронів, відомі більше десятків років, однак ще й досі немає задовільного збігання теоретичних і експериментальних результатів.

Головною причиною теоретичних ускладнень є те, що для вивчення властивостей провідності РТС необхідно розв'язати повне рівняння Шредінгера, яке описує взаємодію електронів із електромагнітним полем у відкритій системі. Розв'язок такої задачі виявляється досить складним навіть у простій моделі ефективних мас та  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів, яка часто використовується у багатьох роботах [7–12].

Навіть проста задача розрахунку спектральних параметрів КСС електронів у РТС із малопотужними потенціальними бар'єрами, яка вимагає розв'язку стаціонарного рівняння Шредінгера, також наштовхується на відомі труднощі, характерні для теорії розсіювання у відкритих низьковимірних наносистемах.

Деякі важливі особливості поведінки коефіцієнта прозорості та спектральних параметрів КСС електронів у симетричних ТБРТС було показано в роботах [13, 14]. У роботі [13] у моделі  $\delta$ -подібних потенціалів виявлене та детально проаналізоване явище колапсу резонансних енергій пар КСС при збільшенні потужності внутрішнього потенціального бар'єра до величини, що перевищує сумарну потужність зовнішніх бар'єрів симетричної ТБРТС. Там же було встановлено причину колапсу – аналог фазового переходу другого роду за параметром асиметрії, який характеризує відносну різницю ймовірностей знаходження електронів у першій та у другій ямах наносистеми.

У роботі [14] явище колапсу пар електронних резонансів було досліджено у більш реалістичній моделі прямокутних потенціалів з урахуванням різниці ефективних мас електрона в ямах і бар'єрах симетричної ТБРТС. Показано, що хоч  $\delta$ -бар'єрна модель якісно

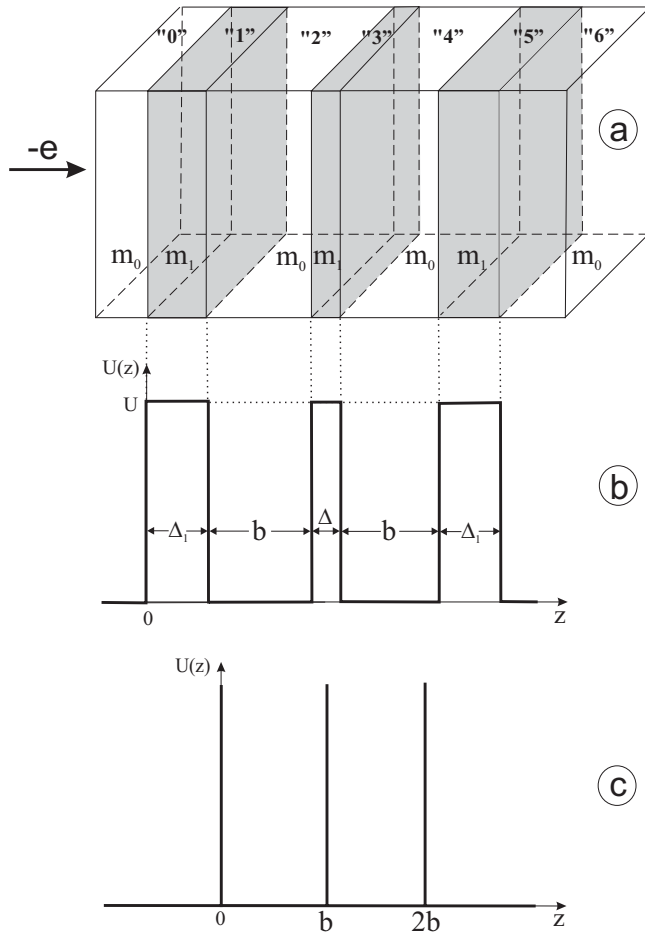


Рис. 1. Геометрична (а) та енергетичні (b, c) схеми симетричної ТБРТС у моделях прямокутних (b) і δ-подібних (c) потенціалів

вірно описує еволюцію спектральних параметрів КСС електрона залежно від потужності (товщини) внутрішнього бар'єра, але вся картина зміщена, по відношенню до результатів моделі прямокутних потенціалів, у короткохвильову область спектра й у декілька разів завищує величини резонансних ширин усіх КСС.

З теоретичних робіт [7–12], в яких у δ-бар'єрній моделі виконувався розрахунок провідності або приведених струмів при проходженні крізь РТС електронів, що взаємодіють з електромагнітним полем, відомо, що ці фізичні величини чутливі до резонансних ширин КСС електронів, між якими відбуваються квантові переходи.

У пропонованій роботі на прикладі наносистеми із  $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$  ямами та  $\text{In}_{0,52}\text{Al}_{0,48}\text{As}$  бар'єрами у моделі прямокутних потенціальних бар'єрів досліджено провідність симетричної ТБРТС. Показано, що більш

реалістична модель прямокутних потенціалів, по відношенню до δ-бар'єрної моделі, у десятки разів збільшує максимальні значення провідності ТБРТС.

## 2. Провідність симетричної ТБРТС у моделях прямокутних і δ-подібних потенціальних бар'єрів

У декартовій системі координат розглядається відкрита симетрична ТБРТС із геометричними параметрами, наведеними на рис.1. Незначна різниця величин сталих ґраток шарів-ям  $a_0 = 0,5868$  нм (на рис.1,а, середовища 0, 2, 4, 6) та шарів-бар'єрів  $a_1 = 0,5867$  нм (середовища 1, 3, 5) РТС дозволяє досліджувати наносистему у моделі ефективних мас та прямокутних потенціальних бар'єрів (рис.1,б):

$$m(z) = \begin{cases} m_0, & U(z) = \begin{cases} 0, & \text{рег. } 0, 2, 4, 6, \\ U, & \text{рег. } 1, 3, 5, \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

де  $b$  – ширина кожної ями;  $\Delta_1$  – ширини зовнішніх бар'єрів;  $\Delta$  – ширина внутрішнього бар'єра.

Вважаємо, що електрон із зарядом  $-e$  та енергією  $E$ , рухаючись перпендикулярно до площин ТБРТС, падає на неї зліва. Провідність РТС визначається густиною струму крізь наносистему, яка, згідно з квантовою механікою, визначається хвильовою функцією електрона, що взаємодіє з періодичним у часі електромагнітним полем.

Хвильова функція  $\Psi(z, t)$  задовольняє повне рівняння Шредінґера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = (H + H(z, t)) \Psi(z, t), \quad (2)$$

де

$$H = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) \quad (3)$$

– гамільтоніан електрона стаціонарної задачі,

$$H(z, t) = -e\epsilon(z\theta(z) + (2b + 2\Delta_1 + \Delta - z) \times \theta(z - 2b - 2\Delta_1 - \Delta))(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (4)$$

– гамільтоніан взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем частоти  $\omega$  і амплітудою напруженості електричного поля  $\epsilon$ .

Розв'язок рівняння (2) у наближенні слабкого сигналу [7–12] шукаємо у вигляді

$$\Psi(z, t) = \Psi_0(z) e^{-i\omega_0 t} + \Psi_1(z, t), \quad (\omega_0 = E/\hbar), \quad (5)$$

де функція  $\Psi_0(z)$  є розв'язком стаціонарного рівняння Шредінгера

$$H \Psi_0(z) = E \Psi_0(z). \quad (6)$$

Поправку першого порядку в одномодовому наближенні шукаємо у вигляді

$$\Psi_1(z, t) = \Psi_{+1}(z) e^{-i(\omega_0+\omega)t} + \Psi_{-1}(z) e^{-i(\omega_0-\omega)t}. \quad (7)$$

Зберігаючи величини першого порядку малості, з урахуванням (2), (5), (6), отримуємо рівняння для визначення обох складових  $\Psi_{\pm 1}(z, t)$  функції  $\Psi_1(z, t)$ :

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) - \hbar(\omega_0 \pm \omega) \right) \Psi_{\pm 1}(z) + H(z) \Psi_0(z) = 0, \quad (8)$$

де

$$H(z) = -e\epsilon(z\theta(z) + (2b + 2\Delta_1 + \Delta - z) \times \theta(z - 2b - 2\Delta_1 - \Delta)).$$

Розв'язок стаціонарної задачі Шредінгера (6) шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_0(z) &= \Psi_0^{(0)}(z)\theta(-z) + \Psi_0^{(6)}(z)\theta(z - z_5) + \\ &+ \sum_{p=1}^5 \Psi_0^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ &= \left( e^{ik^{(0)}z} + B^{(0)}e^{-ik^{(0)}z} \right) \theta(-z) + \\ &+ A^{(6)}e^{ik^{(6)}z}\theta(z - z_5) + \\ &+ \sum_{p=1}^5 \left( A^{(p)}e^{ik^{(p)}(z-z_{p-1})} + B^{(p)}e^{-ik^{(p)}(z-z_{p-1})} \right) \times \\ &\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут

$$k^{(0)} = k^{(2)} = k^{(4)} = k^{(6)} = k = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 E};$$

$$k^{(1)} = k^{(3)} = k^{(5)} = -\hbar^{-1} \sqrt{2m_1 (E - U)};$$

$$z_0 = 0; \quad z_1 = \Delta_1; \quad z_2 = b + \Delta_1; \quad z_3 = b + \Delta_1 + \Delta;$$

$$z_4 = 2b + \Delta_1 + \Delta; \quad z_5 = 2(b + \Delta_1) + \Delta.$$

Невідомі коефіцієнти  $B^{(0)}$ ,  $A^{(6)}$ ,  $A^{(p)}$ ,  $B^{(p)}$  ( $p = 1, \dots, 5$ ) знаходимо з умов рівності хвильових функцій і густин їх потоків на всіх межах наносистеми:

$$\begin{cases} \Psi_0^{(i)}(z_i) = \Psi_0^{(i+1)}(z_i); & (i = 0, \dots, 5) \\ \left. \frac{1}{m_{0(1)}} \frac{d\Psi_0^{(i)}}{dz} \right|_{z=z_i} = \left. \frac{1}{m_{1(0)}} \frac{d\Psi_0^{(i+1)}}{dz} \right|_{z=z_i}, \end{cases} \quad (10)$$

з урахуванням умови нормування

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_0^*(k'z) \Psi_0(kz) dz = \delta(k - k'). \quad (11)$$

Розв'язки неоднорідних рівнянь (8) є суперпозицією функцій

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \Psi_{\pm}(z) + \Phi_{\pm}(z), \quad (12)$$

де  $\Psi_{\pm}(z)$  – розв'язки однорідних, а  $\Phi_{\pm}(z)$  – часткові розв'язки неоднорідних рівнянь (8).

Розв'язки однорідних рівнянь (8) шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_{\pm}(z) &= \Psi_{\pm}^{(0)}(z)\theta(-z) + \Psi_{\pm}^{(6)}(z)\theta(z - z_5) + \\ &+ \sum_{p=1}^5 \Psi_{\pm}^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ &= B_{\pm}^{(0)}e^{-ik_{\pm}^{(0)}z}\theta(-z) + A_{\pm}^{(6)}e^{ik_{\pm}^{(6)}(z-z_5)}\theta(z - z_5) + \\ &+ \sum_{p=1}^5 \left( B_{\pm}^{(p)}e^{-ik_{\pm}^{(p)}(z-z_{p-1})} + A_{\pm}^{(p)}e^{ik_{\pm}^{(p)}(z-z_{p-1})} \right) \times \\ &\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \end{aligned} \quad (13)$$

де

$$k_{\pm}^{(0)} = k_{\pm}^{(2)} = k_{\pm}^{(4)} = k_{\pm}^{(6)} = k_{\pm} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 (E \pm \hbar\omega)};$$

$$k_{\pm}^{(1)} = k_{\pm}^{(3)} = k_{\pm}^{(5)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_1 ((U - E) \mp \hbar\omega)}. \quad (14)$$

Точні часткові розв'язки рівнянь (8) відомі

$$\Phi_{\pm}(z) = \sum_{p=1}^5 \left( \mp \frac{e\epsilon}{\hbar\omega} z \Psi_0^{(p)}(z) + \frac{e\epsilon}{m_p\omega^2} \frac{d\Psi_0^{(p)}(z)}{dz} \right) \times$$

$$\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \mp \frac{e\epsilon}{\hbar\omega} z_5 \Psi_0^{(6)}(z_5) \theta(z - z_5), \quad (15)$$

тому загальний розв'язок рівнянь (8) можна подати у вигляді

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \Psi_{\pm 1}^{(0)}(z) \theta(-z) + \Psi_{\pm 1}^{(6)}(z) \theta(z - z_5) +$$

$$+ \sum_{p=1}^5 \Psi_{\pm 1}^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)]. \quad (16)$$

Умови неперервності хвильових функцій (16) і відповідних їм потоків на всіх межах наносистеми

$$\begin{cases} \Psi_{\pm 1}^{(i)}(z_i) = \Psi_{\pm 1}^{(i+1)}(z_i); & (i = 0, \dots, 5) \\ \left. \frac{d\Psi_{\pm 1}^{(i)}(z)}{m_{0(1)} dz} \right|_{z=z_i} = \left. \frac{d\Psi_{\pm 1}^{(i+1)}(z)}{m_{1(0)} dz} \right|_{z=z_i}, \end{cases} \quad (17)$$

приводять до системи 12 неоднорідних рівнянь, з яких визначаються всі 12 невідомих коефіцієнтів  $B_{\pm}^{(0)}, A_{\pm}^{(6)}, B_{\pm}^{(p)}, A_{\pm}^{(p)}$  ( $p = 0, \dots, 5$ ). Отже, тепер однозначно визначені функції  $\Psi_{\pm}(z)$ , поправка першого порядку  $\Psi_1(z, t)$ , а відповідно, вже відома і повна хвильова функція  $\Psi(z, t)$ .

Густина струму невзаємодіючих між собою електронів концентрації  $n_0$ , згідно з квантовомеханічним означенням, визначається співвідношенням

$$j(z, t) =$$

$$= \frac{e\hbar_0}{2m(z)} \left( \Psi(z, t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi^*(z, t) - \Psi^*(z, t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi(z, t) \right). \quad (18)$$

З урахуванням малості розмірів ТБРТС у порівнянні з довжиною електромагнітної хвилі у квазікласичному наближенні виконується розрахунок густини приведенного струму, який визначає [10–12] дійсну частину провідності наносистеми:

$$\sigma(\omega) = \frac{\hbar^2 \omega n_0}{2z_5 m_0 \epsilon^2} \times$$

$$\times \left[ k_+ \left( |B_+^{(0)}|^2 + |A_+^{(6)}|^2 \right) - k_- \left( |B_-^{(0)}|^2 + |A_-^{(6)}|^2 \right) \right]. \quad (19)$$

Наведеною методикою виконаний розрахунок провідності  $\sigma^\delta(\omega)$  ТБРТС у моделі ефективних мас і  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів (рис.1,c):

$$m_\delta(z) = m_0,$$

$$U_\delta(z) = U(\Delta_1(\delta(z) + \delta(z - 2b)) + \Delta\delta(z - b)), \quad (20)$$

із гамільтоніанами

$$H_\delta = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} +$$

$$+ U(\Delta_1\delta(z) + \Delta\delta(z - b) + \Delta_1\delta(z - 2b)), \quad (21)$$

$$[c]lH_\delta(z, t) = -e\epsilon(z\theta(z) + (2b - z)\theta(z - 2b)) \times$$

$$\times (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}). \quad (22)$$

Оскільки аналітичний розрахунок провідності  $\sigma^\delta(\omega)$  у цій моделі аналогічний до розрахунку провідності  $\sigma(\omega)$  ТБРТС із прямокутними потенціалами і є значно простішим, то тут він не наводиться.

Аналіз спектральних параметрів КСС електрона і провідності, розрахованих в обох моделях, виконувався на прикладі інтенсивно досліджуваної у експериментальних роботах [15, 16] симетричної ТБРТС, що складається з  $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$  ям і  $\text{In}_{0,52}\text{Al}_{0,48}\text{As}$  бар'єрів.

### 3. Обговорення результатів

Особливості поведінки провідності  $\sigma(\omega)$  залежно від геометричних параметрів ТБРТС доцільно досліджувати із урахуванням відомих з роботи [14] залежностей резонансних енергій і ширин електрона від товщини ( $\Delta$ ) внутрішнього бар'єра наносистеми.

На рис. 2,  $a, b$  наведені, розраховані в обох моделях потенціалів, залежності від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$  резонансні ширини ( $\Gamma_{n\ell(u)}$ ) і енергії ( $E_{n\ell(u)}$ ) перших трьох пар КСС електрона у симетричній ТБРТС ( $\ell$  (lower) відповідають нижньому стану,  $u$  (upper) – верхньому) із геометричними параметрами  $b = 15a_0, \Delta_1 = 4a_0$ . Там же наведено залежності

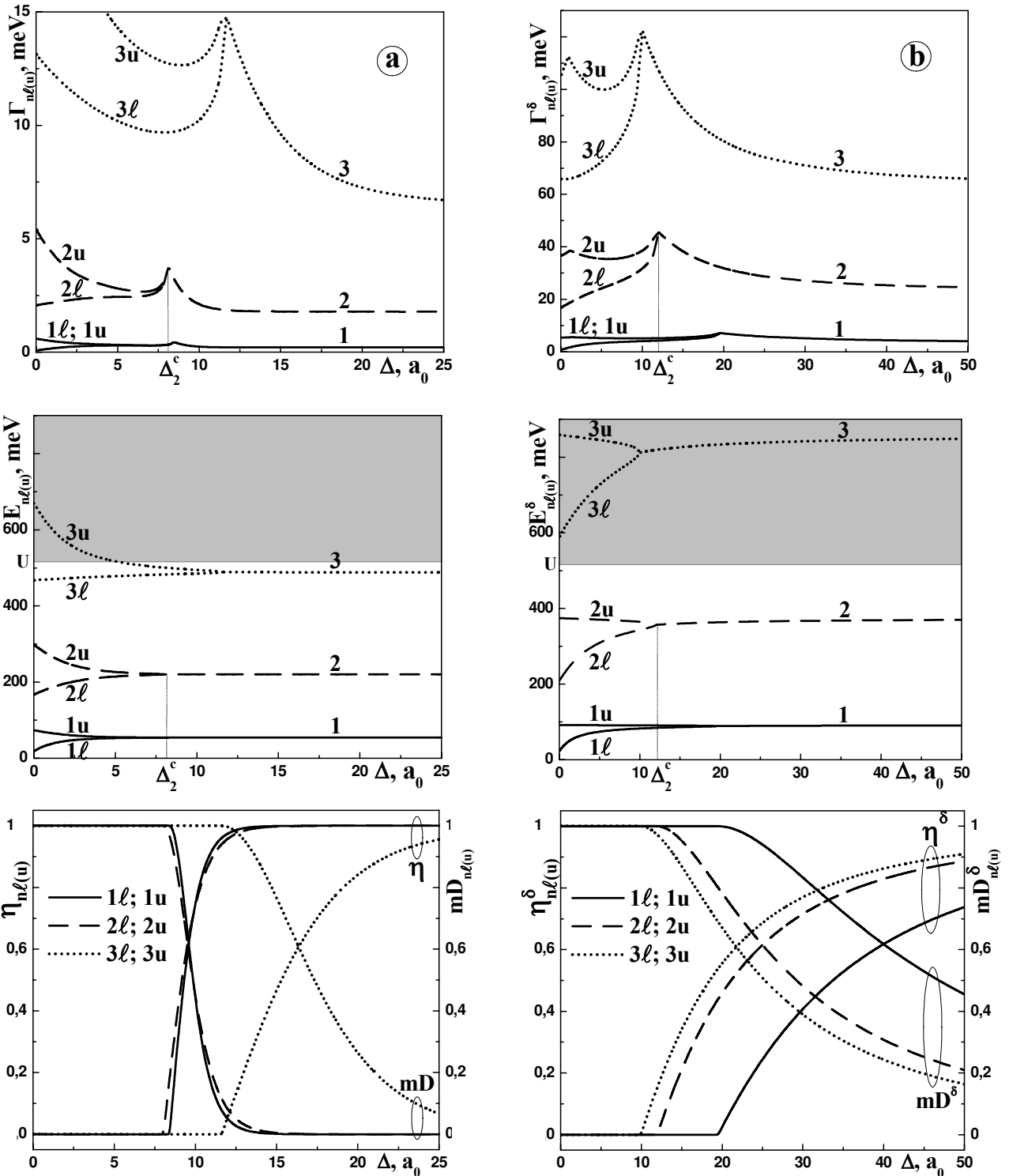


Рис. 2. Залежності  $\Gamma_{nl(u)}$ ,  $E_{nl(u)}$ ,  $\eta_{nl(u)}$ ,  $mD_{nl(u)}$  від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$  у моделях прямокутних (а) і  $\delta$ -подібних (б) потенціальних бар'єрів при  $b = 15a_0$ ,  $\Delta_1 = 4a_0$

від  $\Delta$  максимальних значень коефіцієнта прозорості  $mD_{nl(u)}$  та коефіцієнтів асиметрії:

$$\eta_{nl(u)} = \left| \frac{P_{nl(u)}^{(1)} - P_{nl(u)}^{(2)}}{P_{nl(u)}^{(1)} + P_{nl(u)}^{(2)}} \right|,$$

де

$$P_{nl(u)}^{(1,2)} = \int_{(z_1, z_3)}^{(z_2, z_4)} \left| \Psi_{nl(u)}^{(1,2)}(z) \right|^2 dz,$$

які характеризують відносну різницю ймовірностей  $P_{nl(u)}$  знаходження електрона (у відповідних станах  $|nl(u)\rangle$ ) у першій (лівій, (1)) і у другій (2) потенціальних ямах, і є подібними до параметрів фазового переходу другого роду.

З рисунка видно, що в обох моделях потенціалів (прямокутних (рис. 2,а) та  $\delta$ -подібних (рис. 2,б)) картина колапсів як за спектральними параметрами (РЕ і РШ), так і за параметрами коефіцієнта асиметрії ( $\eta_{nl(u)}$ ) та коефіцієнта прозорості ( $mD_{nl(u)}$ ) якісно однакова. Кількісна різниця полягає в тому, що при фіксованому значенні товщини внутрішнього бар'єра  $E_{nl(u)}^\delta$  більші за  $E_{nl(u)}$  на десятки відсотків, а  $\Gamma_{nl(u)}^\delta$  більші за  $\Gamma_{nl(u)}$  у декілька разів. У кожній  $n$ -й парі КСС колапс спектральних параметрів відбувається при таких критичних значеннях товщин ( $\Delta_n^c$ ) внутрішнього бар'єра, за яких  $\eta_{nl(u)}$  різко збільшується до одиниці, а  $mD_{nl(u)}$  різко зменшується до нуля.

У  $\delta$ -бар'єрній моделі, по відношенню до прямокутної, критичні величини товщин внутрішнього бар'єра, при яких відбувається колапс РШ і РЕ, зміщені в область більших значень.

Отже, весь інтервал зміни внутрішнього бар'єра ( $0 \leq \Delta \leq \infty$ ) можна розділити на "доколапсну" ( $\Delta < \Delta_n^c$ ) і "післяколапсну" ( $\Delta \geq \Delta_n^c$ ) області для кожної  $n$ -ї пари КСС.

Тепер можна проаналізувати властивості наведеної провідності  $\sigma(\omega)$  залежно від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$  симетричної ТБРТС та від густини струму нагнітання, що у випадку моноенергетичного потоку електронів концентрації  $n_0$  однозначно визначається їх енергією  $E$ .

На рис. 3,а наведено результати розрахунку в моделі прямокутних бар'єрів залежності провідності ТБРТС  $\sigma(\omega)$  від товщини внутрішнього бар'єра ( $\Delta = 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12a_0$ ) при  $b = 15a_0$ ,  $\Delta_1 = 4a_0$  у випадку, коли енергія електронів, що падають на РТС концентрації  $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , збігається з резонансною

енергією верхнього квазістаціонарного стану першої пари резонансів ( $E = E_{1u}$ ).

На рис. 3,б показано залежність резонансних енергій  $E_{nl}$ ,  $E_{nu}$ ,  $E_n$  електрона від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$ . Тут стрілками вказано квантові переходи між тими КСС, яким відповідають піки (від'ємні або додатні) провідності  $\sigma(\omega)$ . На рис. 3,с,д наведено результати розрахунку аналогічної картини у  $\delta$ -бар'єрній моделі.

З рис. 3 видно, що порівняно з моделлю прямокутних бар'єрів (рис. 3,а,б)  $\delta$ -бар'єрна модель (рис. 3,б,с) дає якісно подібний результат, хоча при цьому вся картина зміщується в область більших енергій, а максимумами  $|\sigma^\delta(\omega)|$  виявляються заниженими у 20–50 разів. Причина такої ситуації в тому, що  $\delta$ -бар'єрна модель не враховує різницю ефективних мас у ямах і бар'єрах, а це приводить до збільшення величин РШ усіх КСС у декілька разів [14]. Оскільки ж усі  $\max |\sigma(\omega)|$  обернено пропорційні до добутку РШ обох КСС електрона, між якими відбуваються переходи, то висоти  $\max |\sigma^\delta(\omega)|$  виявляються заниженими у десятки разів по відношенню до їх аналогів у моделі прямокутних бар'єрів ( $\max |\sigma(\omega)|$ ).

Оскільки залежності  $\sigma(\omega)$  від геометричних параметрів ТБРТС в обох моделях потенціалів якісно однакові, незалежно від величини енергії налітаючих електронів, то подальший аналіз властивостей провідності буде здійснюватися лише у моделі прямокутних потенціалів.

Як видно з рис. 3,а,б, коли енергія падаючих на ТБРТС електронів збігається з резонансною енергією верхнього стану ( $E = E_{1u}$ ) першої пари КСС, то внаслідок квантового переходу  $1u \rightarrow 1\ell$ , що відбувається із випромінюванням електромагнітної хвилі, у низькочастотній області спектра спостерігається від'ємна провідність, а у високочастотній області, внаслідок переходу  $1u \rightarrow 2\ell$  із поглинанням електромагнітної хвилі, додатна провідність.

Зі збільшенням товщини  $\Delta$  положення мінімуму від'ємної провідності  $\sigma(\omega)$  зміщується в область менших частот  $\omega$  (або енергій  $\hbar\omega = E_{1u} - E_{1\ell}$ ), а її абсолютна величина зменшується до нуля. Причину такої еволюції видно з рис. 3,б. Справді, зі збільшенням  $\Delta$  відстань між резонансними енергіями  $E_{1u}$  та  $E_{1\ell}$  зменшується до нуля, тому зменшується і частота переходу ( $1u \rightarrow 1\ell$ ) та його інтенсивність, відповідно і  $|\min \sigma(\omega)|$  прямує до нуля. Після колапсу першої пари КСС, тобто їх виродження в один стан ( $n = 1$ ), переходи  $1u \rightarrow 1\ell$  не існують.

Додатний пік провідності формується квантовим переходом  $1u \rightarrow 2\ell$  (рис. 3,а). Тому, як видно з ри-

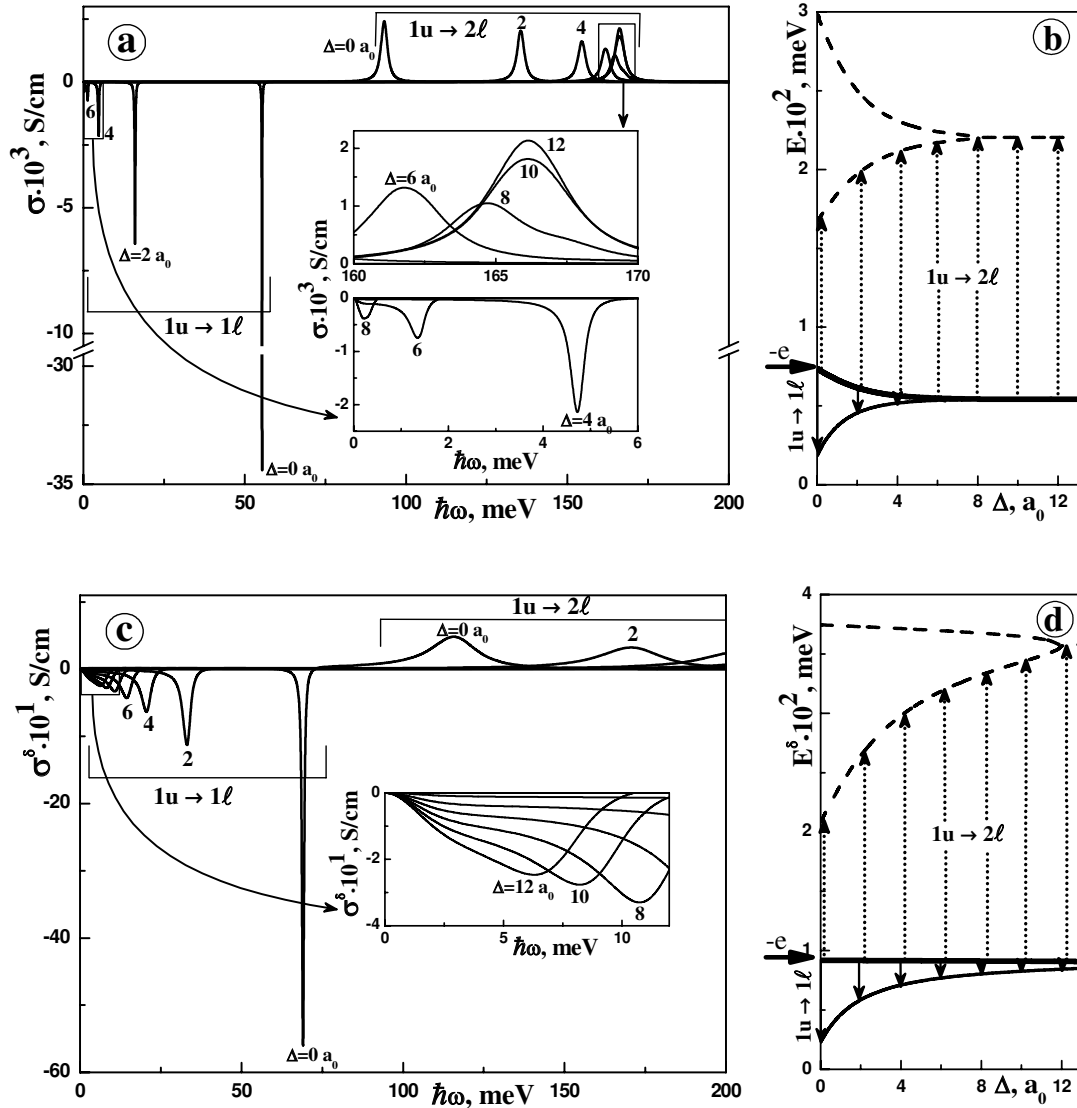


Рис. 3. Залежності провідності  $\sigma$  від енергії поля  $\hbar\omega$  (при енергії налітаючих електронів  $E = E_{1\ell}$  концентрації  $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ) і резонансних енергій електрона  $E$  від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$  в моделях прямокутних (а, б) і  $\delta$ -подібних (с, д) потенціалів при  $b = 15a_0$ ,  $\Delta_1 = 4a_0$

сунка, зі збільшенням  $\Delta$  положення піка зміщується в область більших частот  $\omega$  ( $\hbar\omega = E_{2\ell} - E_{1u}$ ). Після колапсу енергія переходів відповідає різниці резонансних енергій другої та першої сколапсованих пар квазістаціонарних станів електрона ( $\hbar\omega = E_2 - E_1$ ). Зі збільшенням  $\Delta$  у доколапсній області інтенсивність додатного піка провідності зменшується, а у післяколапсній – виходить на насичення. Така еволюція  $\sigma(\omega)$  пояснюється перерозподілом густини ймовірності знаходження електрона в ямах (першій та другій) ТБРТС зі збільшенням товщини її внутрішнього бар'єра  $\Delta$ .

На рис. 4 наведено еволюцію провідності  $\sigma(\omega)$  залежно від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$  для різних значень енергії падаючих на ТБРТС електронів ( $E = E_{2\ell}; E_{2u}; E_{3\ell}$ ) концентрації  $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , виконані у моделі прямокутних потенціалів при  $b = 15a_0$ ,  $\Delta_1 = 4a_0$ . Видно, що основні властивості провідності та причини їх появи ті ж, що і в раніше проаналізованому випадку. Однак слід відзначити деякі нові моменти. Вони такі.

У випадку, коли  $E = E_{2\ell}$ , окрім переходів ( $2\ell \rightarrow 2u$ ), що відбуваються з поглинанням, та ( $2\ell \rightarrow 1u$ ) з випромінюванням електромагнітних хвиль, у висо-

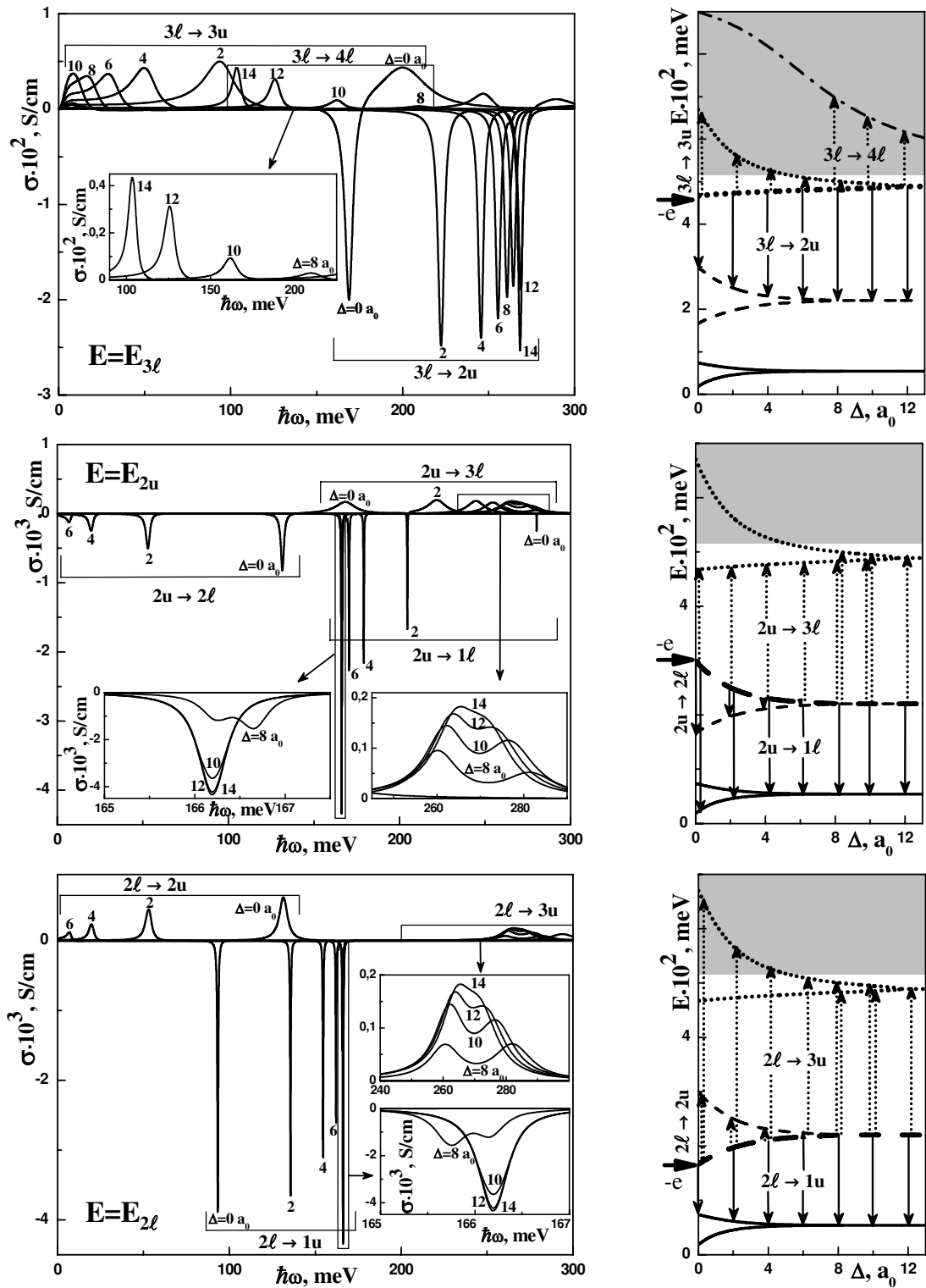


Рис. 4. Залежності провідності  $\sigma$  від енергії поля  $\hbar\omega$  (при енергії налітаючих електронів  $E = E_{2l}; E_{2u}; E_{3l}$  концентрації  $n_0 = 10^{16}$  см $^{-3}$ ) і резонансних енергій  $E$  від товщини внутрішнього бар'єра  $\Delta$  у моделі прямокутних потенціалів при  $b = 15a_0, \Delta_1 = 4a_0$



кочастотній області спостерігається другий додатний пік  $\sigma(\omega)$ , який відповідає переходу  $2\ell \rightarrow 3u$ . Зі збільшенням  $\Delta$  інтенсивність додатного низькоенергетичного піка  $\sigma(\omega)$  поступово зменшується від максимального значення до нуля, а високоенергетичного навпаки – збільшується від нуля до насичення у максимумі.

Випадок, коли  $E = E_{2u}$  подібний до попереднього, тільки тут додатна частина  $\sigma(\omega)$  формується одним переходом ( $2u \rightarrow 3\ell$ ), а від’ємна – двома ( $2u \rightarrow 2\ell$  та  $2u \rightarrow 1\ell$ ).

У випадку, коли  $E = E_{3\ell}$ , поведінка  $\sigma(\omega)$  у переходах  $3\ell \rightarrow 3u$  та  $3\ell \rightarrow 2u$  аналогічна до попередніх. Поява інтенсивного  $3\ell \rightarrow 4\ell$  переходу, що відбувається з поглинанням електромагнітної хвилі, хоча формально і відноситься до заборонених, однак він зумовлений тим, що КСС з енергією  $E_{4\ell}$  знаходиться у надбар’єрній області енергій, де властивості квазістаціонарних станів суттєво відрізняються від підбар’єрних.

#### 4. Висновки

Розроблена теорія провідності симетричної ТБРТС показала, що  $\delta$ -бар’єрна модель проявляє всі головні властивості провідності, але у порівнянні з моделлю прямокутних потенціалів зміщує всю картину в область більших частот, зменшуючи максимальні і мінімальні значення  $\sigma(\omega)$  у десятки разів.

Показано, що квантовим переходам між електронними рівнями розмірного квантування з випромінюванням електромагнітної хвилі відповідає від’ємна провідність, а із поглинанням енергії – додатна. У діапазонах частот порядку ширин КСС, у які відбуваються переходи, ТБРТС може працювати або як лазерний випромінювач (від’ємна провідність), або як сенсор (додатна провідність).

Аналіз властивостей  $\sigma(\omega)$  показав, що в обох моделях потенціалів у “доколапсній” області товщин внутрішнього бар’єра додатні та від’ємні піки провідності формуються квантовими переходами між сусідніми КСС:  $n\ell \leftrightarrow nu$ ;  $n\ell \leftrightarrow n \pm 1u$  (уверх і вниз по шкалі енергій відповідно). Переходи  $n\ell(u) \rightarrow n'\ell(u)$  заборонені, тобто у частотній залежності  $\sigma(\omega)$  вони не проявляються. Інтенсивності переходів  $n\ell \leftrightarrow n'u$  різко зменшуються зі збільшенням різниці  $|n - n'|$  і зі збільшенням резонансної енергії, з якою моноенергетичний пучок електронів потрапляє на РТС.

У “післяколапсному” інтервалі товщин внутрішнього бар’єра вироджений спектр симетричної ТБРТС

поводить себе як спектр несиметричної двобар’єрної РТС із тонким лівим і широким правим бар’єрами. У такій системі у залежності  $\sigma$  від  $\omega$  (вставки на рис. 4) проявляються квантові переходи  $n \rightarrow n \pm 1$ . Хоча переходи у таких РТС можуть бути досить інтенсивними (рис. 4), однак внаслідок існування надто потужного внутрішнього бар’єра коефіцієнт прозорості системи різко зменшується ( $D \rightarrow 0$ ), і пучок електронів майже весь відбивається від широкого внутрішнього бар’єра у бік, протилежний до його початкового руху.

Зрозуміло, що симетричні ТБРТС із внутрішнім бар’єром “післяколапсної” товщини не можуть слугувати базовими елементами квантових каскадних лазерів, незалежно від того, у якому режимі вони працюють: у класичному (переходи за участі фононів) або у балістичному. Усі відомі експериментально реалізовані квантові каскадні лазери на основі ТБРТС [15, 16] влаштовані саме так, що товщина внутрішнього бар’єра завжди менша за будь-який із зовнішніх.

1. J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A.L. Hutchinson, and A.Y. Cho, *Science* **264**, 553 (1994).
2. J. Faist, F. Capasso, and C. Sirtori, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 538 (1995).
3. В. Ф. Елесин, *ЖЭТФ* **116**, 704 (1999).
4. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, *письма ЖЭТФ* **67**, 372 (1998).
5. М.В.Ткач, Ю.О.Сети, *УФЖ* **54**, 614 (2009).
6. Н.В. Ткач, Ю.А.Сети, *ФТП* **43**, 1346 (2009).
7. В.Ф. Елесин, *ЖЭТФ* **126**, 131 (2005).
8. В.Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, *ФТП* **42**, 586 (2008).
9. В.Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, М. А. Ремнев, *ФТП* **43**, 269 (2009).
10. А.Б. Пашковский, *письма ЖЭТФ* **82**, 228 (2005).
11. Э.А.Гельвич, Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, *письма ЖТФ* **32**, 13 (2006).
12. А. Б. Пашковский, *письма ЖЭТФ* **89**, 32 (2009).
13. А.А.Горбацевич, М.Н. Журавлев, В.В. Капаев, *ЖЭТФ* **134**, 338 (2008).
14. Н.В. Ткач, Ю.А. Сети, *ФНТ* **35**, 710 (2009).
15. C. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, and A.Y. Cho, *Rep. Prog. Phys.* **64**, 1533 (2001).
16. A.K.M. Newaz, W. Song, E.E. Mendez, Y. Lin, and J. Nitta, *Phys.Rev.B* **71**, 195303 (2005).

Одержано 18.12.09

КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ  
ЭЛЕКТРОНА И ПРОВОДИМОСТЬ  
СИММЕТРИЧНОЙ ТРЕХБАРЬЕРНОЙ  
РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

*Н.В. Ткач, Ю.А. Сети*

Р е з ю м е

В моделях прямоугольных и  $\delta$ -образных потенциальных барьеров симметричной трехбарьерной резонансно-туннельной структуры (ТБРТС) исследована эволюция спектральных параметров (резонансных энергий и ширин) квазистационарных состояний электрона в зависимости от геометрических параметров наносистемы. В приближении малой величины напряженности электрического поля найдена проводимость симметричной ТБРТС. Установлено, что в модели  $\delta$ -образных потенциальных барьеров, вследствие игнорирования разницы эффективных масс электрона в ямах и в барьерах, максимальные значения проводимости оказываются заниженными в десятки раз по сравнению с более реалистичной моделью прямоугольных потенциалов.

QUASISTATIONARY ELECTRON STATES  
AND THE CONDUCTIVITY OF A SYMMETRIC  
THREE-BARRIER RESONANT TUNNEL STRUCTURE

*M.V. Tkach, Yu.O. Seti*

Chernivtsi National University

*(2, Kotsyubynskiyi Str., Chernivtsi 58012, Ukraine;*

*e-mail: ktf@chnu.edu.ua)*

S u m m a r y

The evolution of spectral parameters (resonance energies and widths) of quasistationary electron states and its dependence on geometrical parameters of a nanosystem have been studied in the framework of the rectangular and  $\delta$ -like potential barrier models for a symmetric three-barrier resonant tunnel structure (TBRTS). The conductivity of symmetric TBRTS has been determined in the low-electric-field approximation. The maximal magnitudes of conductivity in the model of  $\delta$ -like potential barriers were found to be ten times as low as that in a more realistic model of rectangular potentials, due to the neglect of the difference between electron effective masses in the wells and barriers.