

## ДИНАМІКА ПАРИ ВИХОР-АНТИВИХОРОУ У ПРИСУТНОСТІ НЕРУХОМОГО ВИХОРОУ У ДВОВИМІРНОМУ ФЕРОМАГНЕТИКУ

В.П. КРАВЧУК

УДК 537.611  
©2010Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України  
(Вул. Метрологічна, 14б, Київ 03680)

У двовимірному феромагнетикі теоретично досліджено динаміку вихор-антивихрової пари в присутності нерухомого вихору. Розрахунки проведені в рамках моделі колективних змінних. Отримано критерії для початкових умов, що дозволяють розділити фінітний та інфінітний рух пари. Досліджено загальні характеристики кожного з типів рухів.

Тут і надалі використовується циліндрична система координат  $(r, \chi, z)$ , вісь  $z$  якої напрямлена перпендикулярно до площини магнетика. Для опису розподілу намагніченості  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  використовуються кутові змінні  $\theta(r)$  та  $\varphi(\mathbf{r})$ , що визначаються таким чином:  $\mathbf{M} = M_s(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ . Функція  $f$  є локалізованою поблизу центра вихору ( $r = 0$ ) і такою, що  $f(0) = 1$ ,  $f(\infty) = 0$ . Область локалізації функції  $f$  має характерний розмір  $\ell$  і називається осердям вихору. Величину  $p = \pm 1$  називають полярністю вихору. Завихренність  $q$  є цілим числом та дорівнює кількості повних оборотів, які здійснює вектор намагніченості при обході навколо центра вихору. Для від'ємних  $q$  розподіл (1) умовно називають антивихором.

### 1. Вступ

Однією з основних причин значного і все зростаючого інтересу до магнітних вихорів, що спостерігається сьогодні у фізиці наномагнетиків, є можливість використовувати останні як біти інформації для енергонезалежної комп'ютерної пам'яті (MRAM – Magnetic Random Access Memory) [1, 2]. Наномагнетиками прийнято називати частинки магнітного матеріалу субмікрометрового розміру. Найчастіше експериментальні дослідження проводять із квазидвовимірними магнетиками, товщина яких не перевищує кількох десятків нанометрів і є, таким чином, достатньо малою для того, щоб вважати намагніченість такої частинки незмінною уздовж її товщини. Привабливою особливістю наномагнетиків є те, що мінімуму їх магнітної енергії, як правило, відповідає суттєво неоднорідний розподіл намагніченості в них, конкретний вигляд якого визначається конкуренцією між обмінною та нелокальною магнітостатичною взаємодією, внаслідок чого вказаний розподіл є вельми чутливим до форми та розмірів частинки. Характерний розмір неоднорідностей при цьому становить  $\ell = \sqrt{A/(4\pi M_s^2)}$ , де  $A$  – константа обмінної взаємодії,  $M_s$  – магнітний момент одиниці об'єму у стані насичення. Для більшості магнетиків  $\ell = 5 - 10$  нм [3]. Для частинок симетричної форми, таких як нанодиски, нанокільця, правильні призми, часто найбільш енергетично вигідним виявляється вихровий розподіл намагніченості [4–8]:

$$\cos \theta = pf(r), \quad \varphi = q\chi + \varphi_0. \quad (1)$$

Полярність вихору  $p$  є перспективним кандидатом для збереження біта інформації [9, 10]. В неперервній моделі магнітного середовища величина  $p$  є топологічним інваріантом і не може бути зміненою зовнішніми впливами. Проте в реальному магнітному кристалі, що є дискретною системою, полярність  $p$ , залишаючись стійкою до випадкових зовнішніх впливів, може контролюватися чином перемикачів [9, 11]. У всіх запропонованих на сьогодні методах контрольованого перемикачів полярності вихору [12–17], останнє здійснюється через проміжний процес утворення вихор-антивихрової пари з полярностями, протилежними до полярності початкового вихору. При цьому, залежно від початкового розташування старого вихору та новоутвореної пари, можливі два типи динаміки: (i) новий антивихор захоплюється початковим вихором, зближується з ним за рахунок тертя і анігілює. В результаті, лише новий вихор протилежної полярності залишається. Цей механізм і становить суть процесу перемикачів полярності вихору; (ii) новоутворена вихор-антивихрова пара, здійснюючи швидкий квазіколінеарний рух, відходить далеко від початкового вихору і самоанігілює. При цьому перемикачів не відбувається. Питання про визначення умов, за яких відбуватиметься той чи інший механізм, наразі є відкритим та актуальним. Метою даної роботи є віднай-

ти оціночний критерій для початкових умов, який би дав змогу розділити вказані два механізми.

## 2. Модель. Рівняння руху

Для опису статистики та динаміки неоднорідних розподілів намагніченості традиційно використовують феноменологічне рівняння Ландау–Ліфшица [18], яке в термінах куткових змінних має вигляд [19]:

$$\sin \theta \dot{\theta} = -\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \varphi}, \quad \sin \theta \dot{\varphi} = \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \theta}. \quad (2)$$

Тут і надалі час вимірюється в одиницях  $\tau = 1/\omega_0$ , де  $\omega_0 = 4\pi\gamma M_s$  і  $\gamma = g|e|/(2mc)$  – гіромагнітне відношення; для більшості магнетиків  $\tau = 10 - 50$  пс;  $\mathcal{E} = E/(4\pi M_s^2)$ , де  $E$  – повна магнітна енергія магнетика. Одним з можливих статичних розв'язків рівнянь (2) в легкоплощинному магнетикі є вихровий розподіл (1) [19]. При цьому для квазідвовимірних магнетиків роль ефективної легкоплощинної анізотропії може відігравати магнітостатична взаємодія [20].

Далі для опису динаміки магнітного вихору (антивихору) буде використано наближений *метод колективних змінних* [21, 22], в рамках якого динаміка поля намагніченості  $[\theta(\mathbf{r}, t), \varphi(\mathbf{r}, t)]$  – системи з нескінченним числом ступенів вільності – наближено описується скінченим числом колективних змінних. В найпростішому випадку в ролі таких колективних змінних вибираються координати центра вихору, при цьому вважається, що вихор рухається як ціле, не змінюючи своєї форми. У такому підході рівняння руху (2) записується у формі рівняння Тіля (Thiele) [23, 24]:

$$[\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{R}}] + \mathbf{F} = 0, \quad (3)$$

де радіус-вектор  $\mathbf{R}(t)$  позначає положення центра вихору. Гіровектор  $\mathbf{G} = \int \mathbf{g} d^3\mathbf{r}$ , де гірогустина  $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = [\nabla(\cos \theta) \times \nabla\varphi]$ . Для вихрового розподілу (1)  $\mathbf{G} = -2\pi h p q \hat{\mathbf{z}}$  [24], де  $h$  – товщина магнетика, а  $\hat{\mathbf{z}}$  – орт в напрямку осі  $z$ . Ефективна сила  $\mathbf{F} = -d\mathcal{E}/d\mathbf{R}$  може бути спричиненою дією зовнішнього поля, впливом поверхні, неоднорідним розподілом матеріальних параметрів у зразку або взаємодією з іншими вихорами. Якщо вихори в магнетикі відстоять один від одного достатньо далеко для того щоб їх позаплощинні компоненти ( $\cos \theta$ ) не перекривались, то сила, з якою на  $i$ -й вихор діє уся сукупність інших вихорів визначає-

ться як [24]

$$\mathbf{F}_i = 2\pi\ell^2 h q_i \sum_{j \neq i} q_j \frac{\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|^2}. \quad (4)$$

Модель, в рамках якої розв'язується поставлена в попередньому розділі задача є такою: (i) розглядається квазідвовимірна феромагнітна пластина необмежених розмірів, що містить нерухомий вихор (НВ), наприклад, вихор, посаджений на домішку. У цій же пластині знаходяться вихор (В) та антивихор (АВ) однакової полярності  $p = +1$  та з  $|q| = 1$ , рух яких штучно не обмежується; (ii) вважається, що позаплощинні компоненти В та АВ при їх русі не перекриваються, тобто розподіл гірогустини в системі є таким:  $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -2\pi h [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_v) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_a)]$ , де радіус-вектори  $\mathbf{R}_v$  та  $\mathbf{R}_a$  позначають положення В та АВ відповідно; (iii) взаємодія (4) є єдиною взаємодією у системі; (iv) тертя відсутнє.

Описана вище модель може бути застосовною лише у випадку великих відстаней  $d$  між В та АВ ( $d \gg \ell$ ), що виправдовує припущення про неперекриття їх позаплощинних компонент. Оснований на чисельному розрахункові опис взаємодії пари В–АВ на малих відстанях було нещодавно наведено в роботах [25, 26].

В рамках вказаної моделі рівняння руху (3) для В та АВ матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{R}_v}{R_v} + [\dot{\mathbf{R}}_v \times \hat{\mathbf{z}}] + \frac{\mathbf{R}_a - \mathbf{R}_v}{|\mathbf{R}_a - \mathbf{R}_v|^2} &= 0, \\ -\frac{\mathbf{R}_a}{R_a} - [\dot{\mathbf{R}}_a \times \hat{\mathbf{z}}] + \frac{\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_a}{|\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_a|^2} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут і надалі відстані вимірюються в одиницях  $\ell$ , а початок системи координат збігається з положенням НВ.

Позначимо  $\mathbf{R}_i = R_i(\cos \Phi_i, \sin \Phi_i, 0)$ , де  $i = a, v$ . Шляхом введення змінної  $\Psi = \Phi_a - \Phi_v$  система 4-х рівнянь (5) зводиться до системи з 3-х рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= \frac{R_a^2 - R_v^2 + R_a R_v \cos \Psi}{R_a^2 R_v^2} - 2 \frac{\sin^2 \Psi}{|\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_a|^2}, \\ \dot{R}_v &= \frac{R_a \sin \Psi}{|\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_a|^2}, \quad \dot{R}_a = \frac{R_v \sin \Psi}{|\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_a|^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

### 2.1. Стаціонарні розв'язки

Легко бачити, що система (6) має два стаціонарні розв'язки: (i) ( $\Psi = 0, R_a/R_v = \gamma$ ) та (ii) ( $\Psi = \pi$ ,

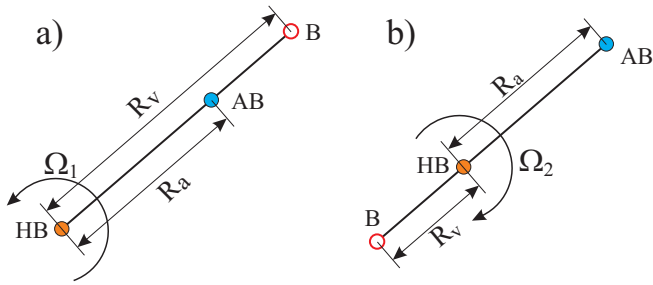


Рис. 1. Стационарні розв'язки системи (6): а -  $\Psi = 0$ ; б -  $\Psi = \pi$

$R_a/R_v = \bar{\gamma}$ ), де введено позначення  $\gamma = (\sqrt{5} - 1)/2$ ,  $\bar{\gamma} = (\sqrt{5} + 1)/2$ .

Підставивши перший із цих розв'язків до початкової системи (5), отримаємо, що  $\dot{\Phi}_v = \dot{\Phi}_a = \gamma/R_a^2 = \bar{\gamma}/R_v^2 = \Omega_1$ . Аналогічно для другого розв'язку отримуємо  $\Omega_2 = -\bar{\gamma}R_a^2 = -\gamma R_v^2$ . Перший розв'язок означає, що, якщо в початковий момент часу HB, AB та B знаходяться на одній прямій, причому так, що AB ділить відрізок HB-B у *золотому відношенні*, знаходячись ближче до B, то така система рівномірно обертатиметься навколо HB з постійною частотою  $\Omega_1$ . Цю динаміку проілюстровано на рис. 1,а. Аналогічна інтерпретація другого розв'язку: якщо в початковий момент часу B, HB та AB знаходяться на одній прямій, причому так, що HB ділить відрізок B-AB в *золотому відношенні*, знаходячись ближче до B, то вся система рівномірно обертатиметься навколо HB з частотою  $\Omega_2$ , як це проілюстровано на рис. 1,б.

Аналіз на стійкість по Ляпунову показує, що обидва вказані стаціонарні розв'язки є сідлами, тобто розв'язками нестійкими.

### 3. Інтеграл руху. Різні типи динаміки

Розділивши одне на інше два останні рівняння системи (6), отримаємо що  $\dot{R}_v/\dot{R}_a = R_a/R_v$ . Звідки випливає, що  $\frac{d}{dt}(R_v^2 - R_a^2) = 0$ , тобто маємо збереження величини

$$L = R_v^2 - R_a^2, \tag{7}$$

яка має сенс моменту імпульсу [25–27]. Ще одним інтегралом руху є енергія, яка, виходячи з типу наявних взаємодій (4), має вигляд  $\mathcal{E} = \ln \frac{R_v}{R_a|R_a - R_v|}$  [24]. В тому, що  $\dot{\mathcal{E}} = 0$  легко переконатись, проводячи безпосереднє диференціювання з використанням (6). Проте нам більш зручно буде використовувати іншу величину, яка також зберігається:

$$E = e^{2\mathcal{E}} = \frac{R_v^2}{R_a^2(R_v^2 + R_a^2 - 2R_v R_a \cos \Psi)}. \tag{8}$$

Величину  $E$  для простоти називатимемо також енергією. Слід відразу зауважити, що завжди  $E > 0$ .

Із вигляду інтегралів руху (7) та (8) можна відразу зробити кілька висновків: (i) внаслідок збереження величини (7) рух *обох* частинок B та AB повинен бути або фінітним, або інфінітним, тобто неможливою є ситуація, коли одна частинка здійснює фінітний рух, а інша – інфінітний; (ii) при інфінітному русі  $R_v/R_a \rightarrow 1$ , при цьому (iii) відстань  $d$  між B та AB прямує до сталої величини  $d \rightarrow 1/\sqrt{E}$ .

Маючи два інтеграл руху (7) та (8) можна від системи трьох рівнянь (6) перейти до одного рівняння. Для величини  $R_v$  таке рівняння буде мати вигляд

$$\begin{aligned} \dot{R}_v^2 = & \left[ 4ER_v^6 - (E^2L^2 + 6EL + 1)R_v^4 + \right. \\ & \left. + 2EL^2(EL + 1)R_v^2 - E^2L^4 \right] / (4R_v^6), \end{aligned} \tag{9}$$

а для величини  $R_a$

$$\begin{aligned} \dot{R}_a^2 = & \left[ 4ER_a^6 - (E^2L^2 - 6EL + 1)R_a^4 + \right. \\ & \left. + 2L(EL - 1)R_a^2 - L^2 \right] / [4R_a^2(L + R_a^2)^2]. \end{aligned} \tag{10}$$

Відповідне рівняння для  $\Psi$  має надто громіздкий для аналізу вигляд і ми не будемо їм користуватись. Достатньо розв'язати одне з рівнянь (9) або (10), розв'язок іншого при цьому автоматично отримується з (7). Проте для симетричності викладок та наглядності обидва вказані рівняння (9) та (10) будуть аналізуватись одночасно.

Спочатку розглянемо найбільш простий частинний випадок, коли  $L = 0$ . Це означає, що  $R_v = R_a = R$ , причому, в силу збереження величини  $L$ , ця рівність залишатиметься справедливою у будь-який момент динаміки. Енергія (8) при цьому матиме вигляд  $E = 1/[2R^2(1 - \cos \Psi)] = 1/d^2$ , де  $d$  – відстань між B та AB. Збереження величини  $E$  означає, що відстань між B та AB в процесі динаміки не змінюється і становить  $d = 1/\sqrt{E}$ . У випадку, що розглядається, система (6) легко розв'язується:

$$R = R_0 \frac{\cos \Psi_0/2}{\cos \Psi/2}, \quad \text{ctg} \frac{\Psi}{2} = \text{ctg} \frac{\Psi_0}{2} + 2Et, \tag{11}$$

де позначено  $R_0 = R(t = 0)$ ,  $\Psi_0 = \Psi(t = 0)$ . Крім того, для випадку  $R_v = R_a$  з початкової системи (5) легко отримати співвідношення  $\dot{\Phi}_a = 3\dot{\Phi}_v$ , яке після інтегрування набуває вигляду

$$\Phi_a - \Phi_{a0} = 3(\Phi_v - \Phi_{v0}). \tag{12}$$

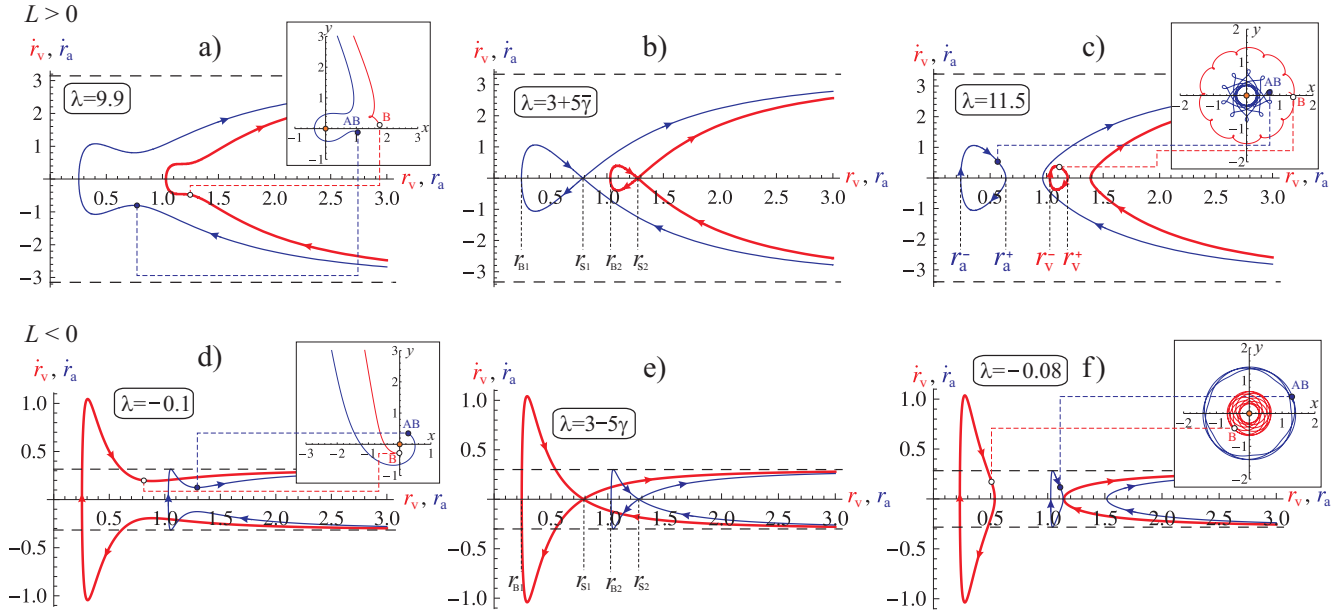


Рис. 2. Залежності  $\dot{r}_v(r_v)$  (товсті червоні лінії) та  $\dot{r}_a(r_a)$  (тонкі сині лінії) для різних значень параметра  $\lambda$ . У верхньому ряді (a, b, c) показано залежності (14), що відповідають додатним  $\lambda$ , у нижньому ряді (d, e, f) – від’ємним  $\lambda$ . На вставках показано приклади можливих траєкторій В–АВ пари для даного значення  $\lambda$ , при цьому зафарбовано та білою точками показано початкові положення АВ та В відповідно. Траєкторії побудовано як безпосередній чисельний розв’язок рівнянь (5), при цьому відстані вимірюються в одиницях  $\ell$

Підставляючи (12) в перше з рівнянь (11) і пам’ятаючи, що  $\Psi = \Phi_a - \Phi_v$ , отримуємо траєкторії руху для В та АВ:

$$R_v = R_0 \frac{\cos \Psi_0 / 2}{\cos(\Phi_v - \Phi_{v0} + \frac{\Psi_0}{2})},$$

$$R_a = R_0 \frac{\cos \Psi_0 / 2}{\cos(\frac{\Phi_a - \Phi_{a0}}{3} + \frac{\Psi_0}{2})}. \quad (13)$$

Як бачимо, траєкторією руху вихору  $R_v(\Phi_v)$  є пряма. Рух В–АВ пари в цьому випадку буде інфінітним.

У загальному випадку, коли  $L \neq 0$ , шляхом заміни змінних  $r_v = R_v / \sqrt{|L|}$ ,  $r_a = R_a / \sqrt{|L|}$ ,  $t' = t / |L|$  кількість параметрів у рівняннях (9) та (10) вдається зменшити до одного:

$$\dot{r}_v^2 = \sigma \frac{4\lambda r_v^6 - \sigma(\lambda^2 + 6\lambda + 1)r_v^4 + 2\lambda(\lambda + 1)r_v^2 - \sigma\lambda^2}{4r_v^6},$$

$$\dot{r}_a^2 = \sigma \frac{4\lambda r_a^6 - \sigma(\lambda^2 - 6\lambda + 1)r_a^4 + 2(\lambda - 1)r_a^2 - \sigma}{4r_a^2(1 + \sigma r_a^2)^2}, \quad (14)$$

де  $\sigma = \text{sign}(L)$ ,  $\lambda = EL$ , а крапкою позначено диференціювання по новому часу  $t'$ . Задані (14) залежності  $\dot{r}_v(r_v)$ ,  $\dot{r}_a(r_a)$  для різних значень параметра  $\lambda$

показано на рис. 2, верхній ряд відповідає випадку  $L > 0$ , нижній – випадку  $L < 0$ . Для подальшого аналізу випадки різного знака  $L$  зручно розглядати окремо.

$L > 0$ . Це означає, що  $R_v > R_a$ , причому ця нерівність залишається справедливою в будь-який момент динаміки В–АВ пари. Простий аналіз показує, що критичне значення параметра  $\lambda$ , за якого якісно змінюється вигляд залежностей (14), становить  $\lambda_{c1} = 3 + 5\gamma$ , див. рис. 2, a, b, c. При  $0 < \lambda < \lambda_{c1}$  рух В–АВ пари може бути лише інфінітним, рис. 2, a. При  $\lambda > \lambda_{c1}$  на залежностях  $\dot{r}_v(r_v)$  та  $\dot{r}_a(r_a)$  з’являється цикл, що означає можливість фінітного руху, рис. 2, c. При цьому вихор рухається в межах кільця  $r_v^-(\lambda) < r_v(t) < r_v^+(\lambda)$ , а антивихор – в межах кільця  $r_a^-(\lambda) < r_a(t) < r_a^+(\lambda)$ , причому розміри вказаних кілець зменшуються при збільшенні  $\lambda$ , див. рис. 3 для  $\lambda > 0$ .

Максимально можливі значення, які можуть набувати величини  $r_a$  та  $r_v$  при фінітному русі, становлять, відповідно,  $r_{s1} = \sqrt{\gamma}$  та  $r_{s2} = \sqrt{\gamma}$ , див. рис. 3, а також рис. 2, b. Умови  $r_a < r_{s1}$  та  $r_v < r_{s2}$  виявляються еквівалентними (див. 1-й наслідок збереження  $L$  на с. 214), і в термінах змінних  $R_a$ ,  $R_v$  мають вигляд  $R_a < \gamma R_v$ . Таким чином, умовою фінітності руху В–АВ пари при  $L > 0$  є одночасне виконання двох

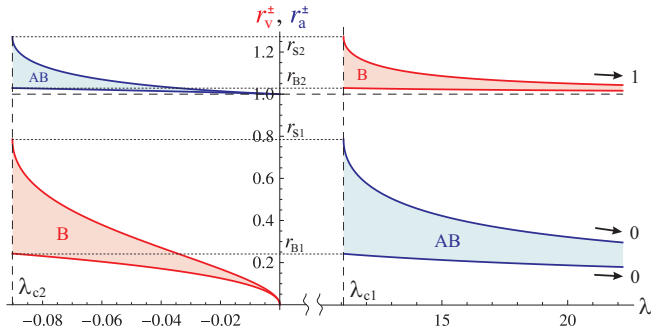


Рис. 3. Розміри кілець, в межах яких рухаються В (червоний колір) та АВ (синій колір) при їх фінітному русі. Для критичних значень параметра  $\lambda$  вказані розміри є такими:  $r_{S1} = \sqrt{\gamma}$ ,  $r_{S2} = \sqrt{\gamma}$ ,  $r_{B1} = \sqrt{2\gamma - 1}/2$ ,  $r_{B2} = \sqrt{2\gamma + 1}/2$

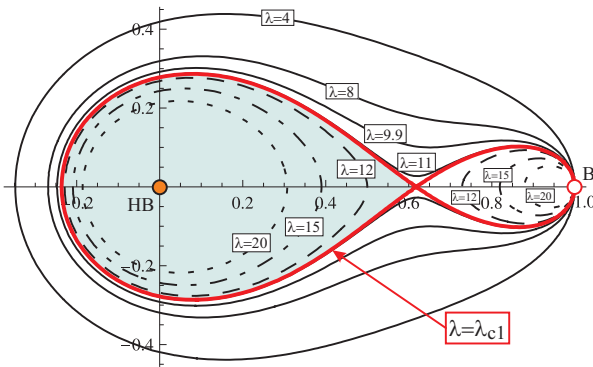


Рис. 4. Співвідношення  $\rho(\Psi)$ , задане (16) для різних додатних значень параметра  $\lambda$ . Якщо при заданому початковому положенні В, початкове положення АВ попадає в зафарбовану область, то рух В–АВ пари буде фінітним

умов:

$$\begin{cases} \lambda > \lambda_{c1}, \\ R_a < \gamma R_v. \end{cases} \quad (15)$$

При цьому важливо зазначити, що, якщо умови (15) виконуються в початковий момент часу, то вони будуть виконуватись у будь-який момент динаміки.

Оскільки величина  $\lambda = EL$  може бути записаною через  $\rho = R_a/R_v$ :

$$\lambda = \frac{1 - \rho^2}{\rho^2 (1 + \rho^2 - 2\rho \cos \Psi)}, \quad (16)$$

то область  $\lambda > \lambda_{c1}$  зручно показати на площині  $(x, y)$  в одиницях довжини  $R_v$ , як це зроблено на рис. 4.

На цьому рисунку умова  $\lambda > \lambda_{c1}$  визначає дві скінченні області, обмежені жирною червоною лінією

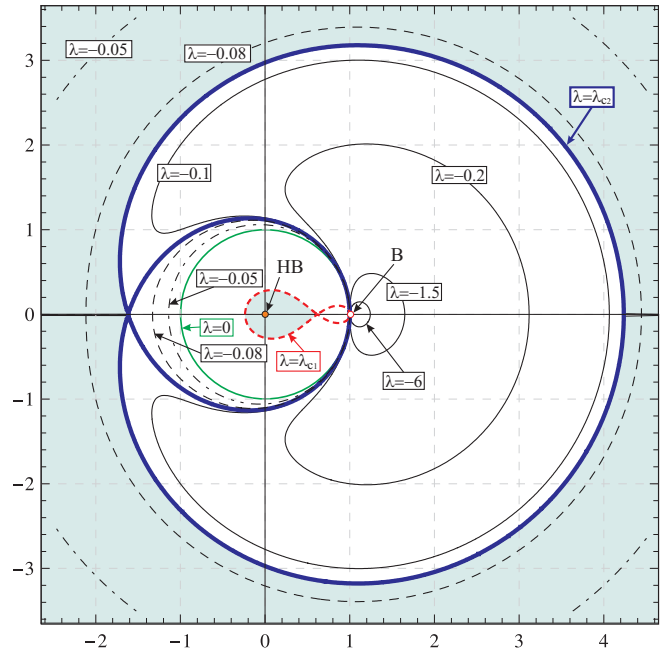


Рис. 5. Співвідношення  $\rho(\Psi)$ , задане (16) для різних від'ємних значень параметра  $\lambda$  та для  $\lambda = \lambda_{c1}$ . Якщо при заданому початковому положенні В, початкове положення АВ попадає в зафарбовану область, то рух В–АВ пари буде фінітним. Одиницею довжини є  $R_v$

$\lambda = \lambda_{c1}$ , але умова  $R_a < \gamma R_v$  виконується лише для тієї з них, що знаходиться ліворуч від “сідлової точки” (зафарбовано синім).

$L < 0$ . Тобто  $R_v < R_a$  і дана нерівність залишається справедливою в будь-який момент часу динаміки. В цьому випадку можливість фінітного руху з'являється при  $\lambda_{c2} < \lambda < 0$ , де  $\lambda_{c2} = 3 - 5\gamma$ , див. рис. 2, e, f. При  $\lambda < \lambda_{c2}$  рух В–АВ пари може бути лише інфінітним, див. рис. 2, d. Оскільки розміри кілець, в межах яких рухаються В та АВ під час фінітного руху, зменшуються зі збільшенням  $\lambda$  (див. рис. 3 для  $\lambda < 0$ ), то додатковою умовою для виділення фінітного руху може служити умова  $r_a < r_{S2}$  і  $r_v < r_{S1}$ . Останні два твердження є еквівалентними і можуть бути записаними як  $R_a > \bar{\gamma} R_v$ . Таким чином, умовою фінітності руху В–АВ пари при  $L < 0$  є одночасне виконання двох умов:

$$\begin{cases} \lambda_{c2} < \lambda < 0, \\ R_a > \bar{\gamma} R_v. \end{cases} \quad (17)$$

Крива  $\lambda = \lambda_{c2}$  показана на рис. 5 жирною лінією.

При цьому область  $\lambda_{c2} < \lambda < 0$  складається з двох частин: внутрішньої, обмеженої внутрішньою жирною лінією та колом  $\rho = 1$ , що відповідає  $\lambda = 0$ ,

та зовнішньої, яку зафарбовано. Але нерівність  $R_a > \bar{\gamma}R_v$  виконується лише для зовнішньої частини. Жирним пунктиром на тому ж рисунку позначено криву  $\lambda = \lambda_{c1}$ , яка більш детально показана на рис. 4. Таким чином, відносно розміщення В та НВ визначає область фінитності — область, в яку потрібно помістити АВ (при заданому положенні В відносно НВ), для того щоб рух пари В–АВ був фінітним. Область фінитності на рис. 5 зафарбовано.

#### 4. Висновки

Умовою фінитності руху пари В–АВ є виконання однієї з умов: (15) або (17). Кожна з цих умов, будучи справедливою в початковий момент часу, залишається справедливою в будь-який момент часу динаміки. При фінітному русі В і АВ рухаються в межах концентричних кілець, що не перекриваються, див. рис. 2, с, f. Розміри вказаних кілець визначаються добутком  $EL$ , див. рис. 3. При виконанні умови (15) кільце руху АВ знаходиться всередині кільця руху В, при виконанні умови (17) — навпаки. Графічна інтерпретація умов (15) та (17) показана на рис. 5: якщо при заданому початковому положенні В відносно НВ положення АВ потрапляє в зафарбовану область, то рух пари В–АВ буде фінітним.

Інфінітний рух пари на великих відстанях від НВ має такі характеристики: (i) швидкості В та АВ прямують до сталої величини  $\dot{R}_v, \dot{R}_a \rightarrow \sqrt{E}$ , при цьому  $\dot{\Phi}_v, \dot{\Phi}_a \rightarrow 0$ ; (ii) відстань між В та АВ теж прямує до сталої величини  $d \rightarrow 1/\sqrt{E}$ .

Наведений в роботі розрахунок зроблено для випадку безмежного магнетика. Але, оскільки пара В–АВ є локалізованим збуренням [25, 26], то у випадку частинки обмежених розмірів вплив межових умов на динаміку пари В–АВ буде принциповим лише при наближенні пари до бічної поверхні магнетика на відстань, порівняну з  $d$ . Тож для частинки, розмір яких є великим, порівняно з відстанню між В та АВ, критерій розділення фінітного та інфінітного рухів (15) можна вважати оціночним критерієм розділення режимів анігіляції АВ–НВ та самоанігіляції пари В–АВ. Для частинки малих розмірів вказаний критерій є незастосовним, а вплив бічної поверхні при цьому доцільно враховувати в рамках моделі фіксованих межових умов [7, 28, 29]

Автор вдячний Д.Д. Шеці та Ю.Б. Гайдідею за корисні обговорення. Дану роботу виконано за фінансової підтримки спеціальної програми “Фундаментальні властивості фізичних систем в екстремальних

умовах”, а також за підтримки Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Int. Büro d. BMBF, проект № UKR 08/001.

1. S.A. Wolf *et al.*, Science **294**, 1488 (2001).
2. S.D. Bader, Surface Science **500**, 172 (2002).
3. R. Skomski, J. Phys.: Condens. Matter. **15**, R841 (2003).
4. A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic Domains: the Analysis of Magnetic Microstructures* (Springer, Berlin, 1998).
5. T. Shinjo *et al.*, Science **289**, 930 (2000).
6. A. Wachowiak *et al.*, Science **298**, 577 (2002).
7. K.L. Metlov, K.Yu. Guslienko, J. Magn. Magn. Mater. **242-245**, 1015 (2002).
8. V.P. Kravchuk, D.D. Sheka, and Yu.B. Gaididei, J. Magn. Magn. Mater. **310**, 116 (2007).
9. R. Höllinger, A. Killinger, and U. Krey, J. Magn. Magn. Mater. **261**, 178 (2003).
10. S.D. Bader, Rev. Mod. Phys. **78**, 1 (2006).
11. B.A. Ivanov and G.M. Wysin, Phys. Rev. B **65**, 134434 (2002).
12. R. Hertel, S. Gliga, M. Fähnle, and C.M. Schneider, Phys. Rev. Lett. **98**, 117201 (2007).
13. B. Waeyenberge *et al.*, Nature **444**, 461 (2006).
14. K. Yamada *et al.*, Nature Mater. **6**, 270 (2007).
15. J.-G. Caputo, Yu.B. Gaididei, F.G. Mertens, and D.D. Sheka, Phys. Rev. Lett. **98**, 056604 (2007).
16. V.P. Kravchuk, D.D. Sheka, Yu.B. Gaididei, and F.G. Mertens, J. Appl. Phys. **102**, 043908, (2007).
17. S.-K. Kim, K.-S. Lee, Y.-S. Yu, Y.-S. Choi, Appl. Phys. Lett. **92**, 022509 (2008).
18. L. Landau and E. Lifshitz, Phys. Zs. Sowjet. **8**, 153 (1935).
19. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны* (Наукова думка, Київ, 1983).
20. G. Gioia and R.D. James, Proc. R. Soc. Lond. A **453**, 213 (1997).
21. Р. Раджараман, *Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля* (Мир, Москва, 1985)
22. A.R. Völkel, G.M. Wysin, F.G. Mertens, A.R. Bishop, and H.J. Schitzer, Phys. Rev. B **50**, 12711 (1994).
23. A.A. Thiele, Phys. Rev. Lett. **30**, 230 (1973).
24. D.L. Huber, J. Appl. Phys. **53**, 1899 (1982).
25. S. Komineas and N. Papanicolaou, in *Electromagnetic, Magnetostatic, and Exchange-Interaction Vortices in*

- Confined Magnetic Structures*, edited by E.O. Kamenskii (Research Signpost, Trivandrum, 2008).
26. N. Papanicolaou and P.N. Spathis, *Nonlinearity* **12**, 285 (1999).
27. S. Komineas and N. Papanicolaou, *New J. of Physics* **10**, 043021 (2008).
28. Yu.B. Gaididei, V.P. Kravchuk, F.G. Mertens, and D.D. Sheka, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 669 (2008).
29. B.A. Ivanov and C.E. Zaspel, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 247208 (2007).

Одержано 10.04.09

ДИНАМИКА ПАРЫ ВИХРЬ-АНТИВИХРЬ  
В ПРИСУТСТВИИ НЕПОДВИЖНОГО ВИХРЯ  
В ДВУМЕРНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

*В.П. Кравчук*

Резюме

В двумерном магнетике теоретически исследована динамика вихрь-антивихревой пары в присутствии неподвижного вихря. Расчеты сделаны в рамках модели коллективных переменных.

Получены критерии для начальных условий, которые позволяют разделить финитный и инфинитный типы движений пары. Исследованы общие характеристики каждого из типов движения.

VORTEX-ANTIVORTEX PAIR  
DYNAMICS IN THE PRESENCE OF AN IMMOBILE  
VORTEX IN TWO-DIMENSIONAL FERROMAGNET

*V.P. Kravchuk*

Bogolyubov Institute for Theoretical Physics,  
Nat. Acad. of Sci. of Ukraine  
(14b, Metrolohichna Str., Kiev 03680, Ukraine)

S u m m a r y

The dynamics of a vortex-antivortex pair in the presence of an immobile vortex in a two-dimensional ferromagnet is theoretically studied. The calculations are performed within the model of collective variables. Criteria for the initial conditions allowing one to separate the finite and infinite motions of the pair are obtained. General characteristics of each of the types of motion are described.