

ЧИ ВИРАЖЕНІ ЕФЕКТИ ШАРУВАТОСТІ ПРИ ЗАМКНЕНИХ ПОВЕРХНЯХ ФЕРМІ?

П.В. ГОРСЬКИЙ

УДК 538.9
© 2010

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича
(Вул. Коцюбинського, 2, Чернівці 58012; e-mail: gena_grim@mail.ru)

У статті на прикладі поздовжньої електропровідності у квантуючому магнітному полі, перпендикулярному до шарів, показано, що ефекти шаруватості можуть бути виражені не лише у кристалах із сильно відкритими поверхнями Фермі (ПФ), як це традиційно вважається, але й у кристалах із замкненими ПФ. Розрахунки проведено в наближенні сталого часу релаксації. У слабких магнітних полях ефекти шаруватості виражаються у відставанні осциляцій Шубнікова–де-Гааза (ШДГ) за фазою і у деякому збільшенні їх відносного внеску. В області сильних магнітних полів існує оптимальний діапазон, в якому ефекти шаруватості виявляються у різко немонотонній залежності поздовжньої електропровідності від магнітного поля. Крім того, показано, що ефекти шаруватості ведуть до зниження коефіцієнта пропорційності між магнітоопором і індукцією у поздовжньому ефекті Капіци. Розглянуто також поздовжню електропровідність шаруватих кристалів в ультраквантових магнітних полях і показано, що залежно від того, як моделюється заповнення єдиної підзони Ландау і від того, розглядається поздовжня провідність як дрейфова, чи як дифузійна, можна отримати такі закони зміни магнітоопору з магнітним полем: $\rho_{zz} \propto TB^2$, $\rho_{zz} \propto B^3$ та $\rho_{zz} \propto B^4$.

1. Вступ

Модель зонного спектра носіїв струму в шаруватих кристалах було запропоновано Р. Фівазом ще у 1967 році [1] і з того часу було опубліковано багато праць, присвячених теоретичним та експериментальним дослідженням різноманітних фізичних характеристик цих кристалів. Однак і до сьогодні вважається, що ефекти шаруватості в електронних процесах, що протікають в цих кристалах, виражені лише при відкритих поверхнях Фермі, тобто таких, які займають всю першу зону Бріллюена і при періодичному продовженні є зв'язними [2–5]. Кристали ж із замкненими ПФ, тобто такими, які займають лише частину пер-

шої зони Бріллюена і при періодичному продовженні виявляються незв'язними, більшістю дослідників взагалі не класифікуються як шаруваті, навіть якщо рух носіїв струму вздовж напрямку осі надґратки (перпендикулярно до шарів) описується законом сильного зв'язку, а не законом ефективної маси. У той же час в раніше опублікованих за участі автора даної статті роботах на прикладі діамагнітної сприйнятливості електронного газу було показано, що ефекти шаруватості у випадку високих ступенів заповнення міні-зон виявляють себе і при замкнених поверхнях Фермі [6–9]. Метою ж даної статті є дослідження впливу ефектів шаруватості на поздовжню провідність шаруватих кристалів із замкненими ПФ у сильному квантуючому магнітному полі. Дана задача розглядається в рамках застосовності закону Ома для випадку, коли сильне квантуюче магнітне поле та електричне поле паралельні одне одному і перпендикулярні до площини шарів.

2. Розрахунок поздовжньої електропровідності шаруватого кристала і обговорення отриманих результатів

При розрахунку поздовжньої провідності шаруватого кристала у квантуючому магнітному полі, перпендикулярному до площини шарів, будемо використовувати такий закон дисперсії носіїв струму:

$$\varepsilon(n, x) = \mu^* B (2n + 1) + W(x), \quad (1)$$

де $\mu^* = \mu_B m_0 / m^*$, μ_B – магнетон Бора, m_0 – маса вільного електрона, m^* – ефективна маса електрона у площині шарів, B – індукція магнітного поля, n – номер рівня Ландау, $W(x)$ – закон дисперсії носіїв струму вздовж осі надґратки, причому $x = ak_z$, де k_z

– компонента квазіімпульсу вздовж осі надґратки, a – відстань між трансляційно еквівалентними шарами.

З метою вивчення впливу ефектів шаруватості на поздовжню електропровідність її розрахунок проведемо для двох випадків, а саме випадку закону сильного зв'язку:

$$W(x) = \Delta(1 - \cos x), \quad (2)$$

де Δ – півширина міні-зони, яка визначає рух електронів між шарами, і для випадку, коли у формулі (2) збережено лише квадратичний член по x , що відповідає наближенню ефективної маси. При цьому для обох випадків врахуємо залежність хімічного потенціалу електронного газу від індукції магнітного поля. Для спрощення розрахунків час релаксації носіїв струму будемо вважати сталим. З цією ж метою не будемо детально розглядати впливу фактора Дінгла на осциляції поздовжньої провідності (осциляції Шубнікова–де-Гааза), хоча при розсіюванні електронів на домішках і дефектах кристалічної ґратки вказаний фактор може бути істотним [5, 10].

У роботі [11] дано детальне виведення рівняння для хімічного потенціалу електронного газу у квантуючому магнітному полі і формул для складових поздовжньої електропровідності при довільному вигляді функції $W(x)$ для того випадку, коли час релаксації носіїв струму є сталим, або є лише функцією поздовжнього квазіімпульсу, тобто $\tau \equiv \tau(x)$. У цьому випадку поздовжня електропровідність кристала в умовах яскравого прояву осциляцій Шубнікова–де-Гааза може бути визначена так:

$$\sigma_{zz}(B) = \sigma_0 + \sigma_{os}(B). \quad (3)$$

Окремі складові (3) визначаються за формулами [11]:

$$\sigma_0 = \frac{16\pi^2 e^2 m^* a}{h^4} \int_{W(x) \leq \zeta} \tau(x) |W'(x)|^2 dx, \quad (4)$$

$$\sigma_{os}(B) = \frac{32\pi^2 e^2 m^* a}{h^4} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l f_l^\sigma \times \int_{W(x) \leq \zeta} \tau(x) |W'(x)|^2 \cos\left(\pi l \frac{\zeta - W(x)}{\mu^* B}\right) dx. \quad (5)$$

$$f_l^\sigma = \frac{\pi^2 l k T / \mu^* B}{\text{sh}(\pi^2 l k T / \mu^* B)}. \quad (6)$$

Інтегрування в формулах (4) і (5) виконується лише за додатними значеннями x . У цих формулах ζ – хімічний потенціал електронного газу, решта позначень загальноприйняті або їх пояснено вище. Рівняння, яке визначає хімічний потенціал електронного газу в квантуючому магнітному полі в умовах яскравої вираженості ефекту Шубнікова–де-Гааза, має вигляд

$$n_0 = \frac{4m^*}{ah^2} \int_{W(x) \leq \zeta} [\zeta - W(x)] dx + \frac{8\pi m^* k T}{ah^2} \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l}{\text{sh}(\pi^2 l k T / \mu^* B)} \int_{W(x) \leq \zeta} \sin\left(\pi l \frac{\zeta - W(x)}{\mu^* B}\right), \quad (7)$$

де n_0 – об'ємна концентрація носіїв струму в кристалі. При сталому часі релаксації $\tau(x) = \tau_0$ для закону дисперсії (2) і замкнених ПФ, для яких $\zeta < 2\Delta$, формули (4) і (5) набувають вигляду

$$\sigma_0 = \frac{8\pi^2 e^2 m^* a \tau_0 \Delta^2}{h^4} (C_0 - C_2), \quad (8)$$

$$\sigma_{os}(B) = \frac{16\pi^2 e^2 m^* a \tau_0 \Delta^2}{h^4} \times \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l f_l^\sigma \left\{ \cos\left(\pi l \frac{\zeta - \Delta}{\mu^* B}\right) \left[(C_0 - C_2) J_0\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* B}\right) + \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^r (2C_{2r} - C_{2r+2} - C_{2r-2}) \times J_{2r}\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* B}\right) \right] - \sin\left(\pi l \frac{\zeta - \Delta}{\mu^* B}\right) \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r (2C_{2r+1} - C_{2r+3} - C_{|2r-1|}) J_{2r+1}\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* B}\right) \right\}. \quad (9)$$

У цих формулах:

$$C_0 = \arccos(1 - \gamma). \quad (10)$$

$$C_m = \frac{\sin m C_0}{m} \quad \text{при } m \neq 0. \quad (11)$$

$$\gamma = \zeta / \Delta, \quad (12)$$

і, крім того, $J_n(\dots)$ – функції Бесселя першого роду дійсного аргументу.

Рівняння (7) для закону дисперсії (2) у випадку замкнених ПФ набуває вигляду

$$n_0 = \frac{4m^* \Delta}{ah^2} \left[(\gamma - 1) C_0 + \sqrt{2\gamma - \gamma^2} \right] + \frac{8m^* \pi kT}{ah^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l}{\text{sh}(\pi^2 l kT / \mu^* B)} \left\{ \sin\left(\pi l \frac{\zeta - \Delta}{\mu^* B}\right) \times \right. \\ \times \left[C_0 J_0\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* B}\right) + 2 \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^r C_{2r} J_{2r}\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* B}\right) \right] + \left. + 2 \cos\left(\pi l \frac{\zeta - \Delta}{\mu^* B}\right) \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r C_{2r+1} J_{2r+1}\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* B}\right) \right\}. \quad (13)$$

У випадку відкритих поверхонь, тобто при $\gamma \geq 2$ у формулах (8)–(13) слід покласти $C_0 = \pi$ і, крім того, радикал у формулі (13) вважати рівним нулеві.

При переході у формулах (8) і (9) та рівнянні (13) до наближення ефективної маси при врахуванні (2) вони набудуть вигляду

$$\sigma_0 = \frac{16\pi^2 e^2 m^* a \tau_0 \Delta^2}{3h^4} \left(\frac{2\zeta}{\Delta}\right)^{3/2}. \quad (14)$$

$$\sigma_{os}(B) = \frac{32\pi^{1/2} e^2 m^* a \tau_0 \Delta^{1/2} (\mu^* B)^{3/2}}{h^4} \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l f_l^\sigma}{l^{3/2}} \left[\sin\left(\frac{\pi l \zeta}{\mu^* B}\right) C\left(\sqrt{\frac{2l\zeta}{\mu^* B}}\right) - \cos\left(\pi l \frac{\zeta - \Delta}{\mu^* B}\right) S\left(\sqrt{\frac{2l\zeta}{\mu^* B}}\right) \right]. \quad (15)$$

$$n_0 = \frac{8m^* \zeta}{3ah^2} \sqrt{\frac{2\zeta}{\Delta}} + \frac{8\pi m^* kT}{ah^2} \sqrt{\frac{\mu^* B}{\Delta}} \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l}{l^{1/2} \text{sh}(\pi^2 l kT / \mu^* B)} \left[\sin\left(\frac{\pi l \zeta}{\mu^* B}\right) C\left(\sqrt{\frac{2l\zeta}{\mu^* B}}\right) + \right.$$

$$\left. + \cos\left(\frac{\pi l \zeta}{\mu^* B}\right) S\left(\sqrt{\frac{2l\zeta}{\mu^* B}}\right) \right]. \quad (16)$$

У формулах (15) і (16) через $C(\dots)$ та $S(\dots)$ позначені косинус-інтеграл Френеля та синус-інтеграл Френеля відповідно. Концентрацію носіїв струму для обох досліджуваних випадків будемо вважати однаковою і визначати за формулою

$$n_0 = \frac{4m^* \Delta}{ah^2} \left[(\gamma_0 - 1) \arccos(1 - \gamma_0) + \sqrt{2\gamma_0 - \gamma_0^2} \right], \quad (17)$$

де $\gamma_0 = \zeta_0 / \Delta$, причому ζ_0 – енергія Фермі електронного газу в кристалі з законом дисперсії (2) при абсолютному нулі температури і за відсутності магнітного поля.

Перш ніж переходити до більш детального аналізу впливу ефектів шаруватості на поздовжню електропровідність кристала, зазначимо, що у квазікласичному наближенні, коли виконуються умови $\Delta / \mu^* B \gg 1$ і $\zeta / \mu^* B \gg 1$, формули (9) і (15) для осцилюючої частини поздовжньої електропровідності дають однаковий результат:

$$\sigma_{os}(B) = \frac{16\sqrt{2}\pi^{1/2} e^2 m^* a \tau_0 \Delta^{1/2} (\mu^* B)^{3/2}}{h^4} \times \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l l^{-3/2} \sin\left(\frac{\pi l \zeta}{\mu^* B} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (18)$$

Це і не дивно, оскільки для квазікласичного наближення неістотні конкретний закон дисперсії носіїв струму в напрямку магнітного поля і скінченна протяжність ПФ у цьому напрямку. У формулах же (9) і (15) ці фактори враховані явно. Таким чином, при одній і тій же енергії Фермі в рамках цього наближення неможливо вирізнити вплив ефектів шаруватості на поздовжню електропровідність кристалів із замкненими ПФ.

Однак при сталій концентрації носіїв струму ефекти шаруватості навіть у квазікласичному наближенні впливатимуть на осциляції електропровідності внаслідок того, що енергія Фермі у слабкому магнітному полі в наближенні ефективної маси буде дещо більшою, ніж при законі дисперсії (2) внаслідок того, що при явному врахуванні скінченної ширини мінізони щільність станів більша, ніж у наближенні ефективної маси. Польову залежність хімічного потенціалу електронного газу в діапазоні магнітних полів $0 \leq \mu^* B / \Delta \leq 5$ при $kT / \Delta = 0,03$ і $\zeta_0 / \Delta = 1$ для

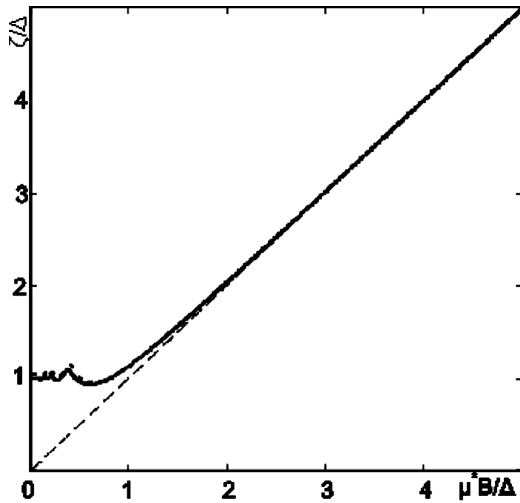


Рис. 1. Польова залежність хімічного потенціалу при $\gamma_0 = 1$ і $kT/\Delta = 0,03$ для шаруватого кристала (суцільна крива) і в наближенні ефективної маси (пунктирна крива). Тонка пунктирна лінія – граничний випадок $\zeta = \mu^*B$

випадків реального шаруватого кристала із законом дисперсії (2) (суцільна крива) і в наближенні ефективної маси (пунктирна крива) зображено на рис. 1.

Дану залежність отримано без врахування фактора Дінгла. Його відмінністю від одиниці можна знехтувати, коли в усьому досліджуваному діапазоні магнітних полів добре виконується умова малості уширення енергетичних рівнів за рахунок розсіювання у порівнянні з відстанню між рівнями Ландау. Більш детально ми обговоримо цю умову при чисельній оцінці поздовжньої провідності.

При зростанні магнітного поля обидві криві зближуються, оскільки рівняння (13) у випадку замкнених ПФ в сильному квантуючому магнітному полі має такий асимптотичний розв'язок [11]:

$$\zeta(B) = \mu^*B + \Delta \left[1 - \cos \left(\frac{f(\gamma_0)\Delta}{2\mu^*B} \right) \right], \quad (19)$$

причому у випадку замкнених поверхонь

$$f(\gamma_0) = (\gamma_0 - 1) \arccos(1 - \gamma_0) + \sqrt{2\gamma_0 - \gamma_0^2}, \quad (20)$$

звідки видно, що в ультраквантовій границі єдина заповнена підзона Ландау звужується і це звуження обов'язково слід враховувати при розрахунку поздовжньої провідності.

У наближенні ефективної маси формула (19) набуває вигляду

$$\zeta(B) = \mu^*B + \frac{\Delta^3 f^2(\gamma_0)}{8(\mu^*B)^2}. \quad (21)$$

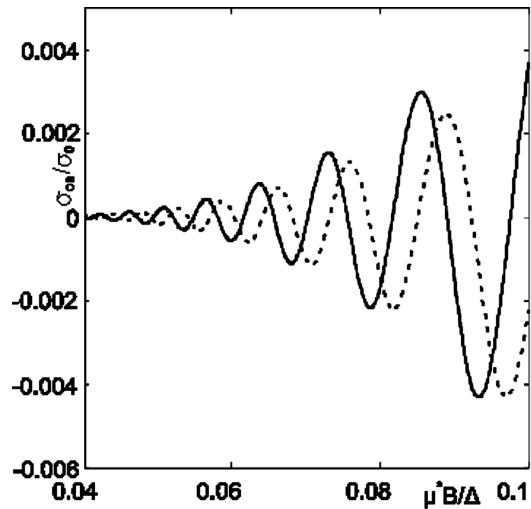


Рис. 2. Польова залежність осцилюючої частини поздовжньої провідності при $\gamma_0 = 1$ і $kT/\Delta = 0,03$ для шаруватого кристала (суцільна крива) і в наближенні ефективної маси (пунктирна крива)

Зауважимо, що усі наведені вище формули для поздовжньої провідності отримано також за умови малості уширення енергетичних рівнів за рахунок взаємодії у порівнянні з відстанню між рівнями Ландау. Лише в цьому випадку можна прямо пов'язати уширення енергетичних рівнів з часом релаксації, а зумовленим розсіюванням зсувом енергетичних рівнів знехтувати. Тоді підхід, що ґрунтується на рівнянні Больцмана, повністю еквівалентний підходу, заснованому на формалізмі Кубо.

Однак у першій частині статті [5] розглянуто прямо протилежний випадок, коли зумовлене розсіюванням уширення енергетичних рівнів велике в порівнянні з відстанню між рівнями Ландау. Але навіть і в цьому випадку отримана в [4] формула для сталої частини поздовжньої провідності збігається з формулою (8) для випадку відкритих поверхонь з точністю до експоненціально малої (за низьких температур) поправки. Польову залежність осцилюючої частини поздовжньої електропровідності в діапазоні магнітних полів $0,04 \leq \mu^*B/\Delta \leq 0,1$ при $kT/\Delta = 0,03$ і $\zeta_0/\Delta = 1$ для випадків реального шаруватого кристала із законом дисперсії (2) (суцільна крива) і в наближенні ефективної маси (пунктирна крива) зображено на рис. 2.

З рисунка видно, що внаслідок деякої відмінності частот осциляцій, про які згадувалось вище, осциляції поздовжньої електропровідності шаруватого кристала із законом дисперсії (2) по мірі зростання ін-

дукції магнітного поля відстають по фазі від тих же осциляцій, розрахованих у наближенні ефективної маси. Крім того, відносний внесок осциляцій при законі дисперсії (2) більший, ніж в наближенні ефективної маси. Це має місце тому, що при урахуванні ефектів шаруватості переріз ПФ залежить від поздовжнього квазіімпульсу повільніше, ніж у наближенні ефективної маси, і, крім того, поздовжня швидкість носіїв струму при врахуванні ефектів шаруватості менша, ніж у наближенні ефективної маси. Аналіз показує, що якщо ми будемо вважати енергію Фермі сталою, то осциляції, що розглядаються, будуть збігатися за фазою і частотою, але відносний внесок осцилюючої частини при врахуванні ефектів шаруватості буде дещо більшим. В обох випадках цей внесок у діапазоні магнітних полів $0,04 \leq \mu^*B/\Delta \leq 0,1$ сягає 0,4%.

Перейдемо тепер до розрахунку повної поздовжньої провідності в магнітному полі. Як уже згадувалось у роботі [11], для цього необхідно врахувати звуження єдиної заповненої підзони Ландау. Тому у формулах (8) і (9) при врахуванні (10)–(12) необхідно зробити заміну $\gamma = (\zeta - \mu^*B)/\Delta$. Формули ж (14) і (15), виведені в наближенні ефективної маси, набудуть вигляду

$$\sigma_0 = \frac{32\sqrt{2}\pi^2 e^2 m^* a \tau_0 \Delta^{1/2}}{3h^4} (\zeta - \mu^*B)^{3/2}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{os}(B) = & \frac{32\pi^{1/2} e^2 m^* a \tau_0 \Delta^{1/2} (\mu^*B)^{3/2}}{h^4} \times \\ & \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l f_l^\sigma}{l^{3/2}} \left\{ \sin\left(\frac{\pi l \zeta}{\mu^*B}\right) C \left[\sqrt{\frac{2l(\zeta - \mu^*B)}{\mu^*B}} \right] - \right. \\ & \left. - \cos\left(\frac{\pi l \zeta}{\mu^*B}\right) S \left[\sqrt{\frac{2l(\zeta - \mu^*B)}{\mu^*B}} \right] \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

Польову залежність повної поздовжньої електропровідності в діапазоні магнітних полів $0 \leq \mu^*B/\Delta \leq 5$ при $kT/\Delta = 0,03$ і $\zeta_0/\Delta = 1$ для випадків реального шаруватого кристала із законом дисперсії (2) (суцільна крива) і в наближенні ефективної маси (пунктирна крива) зображено на рис. 3.

З цього рисунка видно, що у слабкому магнітному полі повні провідності для обох розглянутих випадків мало відрізняються одна від одної, хоча при врахуванні ефектів шаруватості внесок осцилюючої

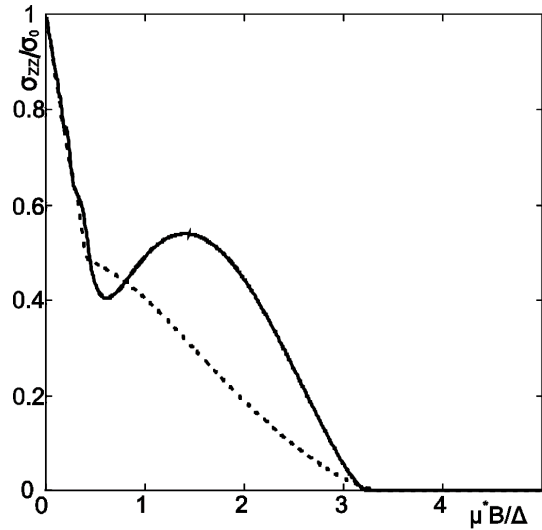


Рис. 3. Польова залежність повної поздовжньої провідності при $\gamma_0 = 1$ і $kT/\Delta = 0,03$ для шаруватого кристала (суцільна крива) і в наближенні ефективної маси (пунктирна крива)

додавки виражений різкіше. У дуже сильному магнітному полі вони також мало відрізняються одна від одної внаслідок того, що при зростанні магнітного поля формули (19) і (21) дають практично однакові результати. Однак існує деякий “оптимальний” діапазон магнітних полів $0,5 \leq \mu^*B/\Delta \leq 3$, в якому ефекти шаруватості виражені найбільш різко як за рахунок більш повільної залежності площі перерізу ПФ від поздовжнього квазіімпульсу, так і за рахунок меншої поздовжньої швидкості носіїв струму. Отже, ми бачимо, що ефекти шаруватості можуть бути різко виражені і в кристалах із замкненими ПФ.

Розглянемо тепер, наприклад, поздовжній ефект Капіці [12], який полягає у лінійній залежності поздовжнього магнітоопору від індукції магнітного поля. Розкладаючи (8) у ряд Тейлора за малим параметром μ^*B/Δ і обмежуючись лінійними членами, отримуємо для відносного магнітоопору таку формулу:

$$\frac{\Delta\rho(B)}{\rho(0)} = \frac{2 \sin C_0}{C_0 - C_2} \frac{\mu^*B}{\Delta}. \quad (24)$$

При $\gamma = 1$ і $\mu^*B/\Delta = 0,1$, враховуючи, що $C_0 = \pi/2$, $C_2 = 0$, отримуємо, наприклад, значення відносного магнітоопору 12,7%. У наближенні ж ефективної маси, розкладаючи в ряд Тейлора вираз (22), отримуємо таку формулу:

$$\frac{\Delta\rho(B)}{\rho(0)} = 1,5\sqrt{\gamma} \frac{\mu^*B}{\Delta}. \quad (25)$$

При згаданих раніше умовах отримаємо значення відносного магнітоопору, яке дорівнює 15%, тобто дещо більше, ніж при врахуванні ефектів шаруватості. З наведених результатів випливає, що в діапазоні магнітних полів $0 \leq \mu^* B / \Delta \leq 0,1$ внесок у поздовжній магнітоопір кристалу за рахунок ефекту Капіци істотно більший, ніж за рахунок ефекту Шубнікова-де-Гааза.

Зазначимо, що пояснити поздовжній ефект Капіци в межах традиційних підходів неможливо. В рамках цих підходів пояснюється лише поперечний ефект Капіци, і його фізична причина вбачається в тому, що в сильному магнітному полі роль довжин вільного пробігу носіїв поступово беруть на себе радіуси їх циклотронних орбіт [13, 14].

Оцінимо тепер поздовжню електропровідність кристала за відсутності магнітного поля, бо відносно неї визначаються характеристики на рис. 2 і 3. Будемо вважати, що ми знаходимося в області розсіювання носіїв струму на заряджених домішках. Оскільки час релаксації вважаємо сталим, то визначати його будемо за формулою

$$\tau_0 = \frac{2\pi l m_{es}^*}{\hbar k_0} \quad (26)$$

У цій формулі l – довжина вільного пробігу носіїв струму, k_0 – еквівалентний радіус фермі-сфери, якою замінюється реальна ПФ шаруватого кристала для того, щоб розсіювання носіїв струму можна було вважати ізотропним, m_{es}^* – ефективна маса носіїв струму на ній. Формули для цих величин одержано з вимоги, щоб енергія Фермі і концентрація носіїв струму були такими ж, як і в реальному кристалі. Вони при $\gamma = 1$ такі [11]:

$$k_0 = \sqrt[3]{\frac{12\pi^2 m^* \Delta}{a \hbar^2}}, \quad (27)$$

$$m_{es}^* = \frac{\hbar^2 k_0^2}{8\pi^2 \Delta}. \quad (28)$$

Підставляючи (27) і (28) у (8), враховуючи, що $\gamma = 1$ і вводячи позначення $N = l/a$, отримуємо таку остаточну формулу для поздовжньої провідності шаруватого кристала за відсутності магнітного поля:

$$\sigma_0 = \frac{2\pi e^2 m^* a^2 \Delta}{\hbar^3} \sqrt[3]{\frac{12\pi^2 m^* \Delta}{a \hbar^2}} N. \quad (29)$$

Аналіз, який ми провели, показує, що при параметрах задачі $a = 1$ нм, $m^* = 0,01 m_0$, $\Delta = 0,01$ еВ

фактор Дінгла істотно не впливає на осциляції хімічного потенціалу та осцилюючу частину поздовжньої провідності, якщо $N \geq 1000$. Отже, згідно з (29) мінімальна величина поздовжньої провідності шаруватого кристала в даних умовах може становити $1,06 \cdot 10^3 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. У наближенні ефективної маси при тому ж часі релаксації і тій же концентрації носіїв струму ця провідність має приблизно на 20% більше значення і становить $1,272 \cdot 10^3 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Цей результат допускає просту фізичну інтерпретацію: будь-яке обмеження вільного руху носіїв у напрямку, перпендикулярному до шарів, знижує провідність кристала в цьому напрямку.

Насамкінець отримаємо явний асимптотичний вираз для електропровідності шаруватого кристала в сильних ультраквантових магнітних полях. Для цього підставимо значення τ_0 з (26) і $\zeta(B)$ з (21) безпосередньо у (5). Тоді множник $(-1)^l$ під знаком суми по l компенсується, косинус можна замінити на одиницю, а інтегрування по x виконати в межах від 0 до $\frac{f(\gamma_0)\Delta}{2\mu^* B}$. При цьому у підінтегральному виразі для квадрата поздовжньої швидкості носіїв слід обмежитись лише головним членом розкладу по x , тобто квадратичним. Крім того, слід врахувати, що, як показує числовий аналіз, при $\mu^* B / kT \gg 1$:

$$\sum_{l=1}^{\infty} f_l^\sigma = \frac{2,467 \mu^* B}{\pi^2 kT}. \quad (30)$$

Виконавши всі перелічені перетворення і об'єднавши всі числові множники в один, отримаємо такий остаточний асимптотичний вираз для поздовжньої провідності:

$$\sigma_{zz}(B) = 1,285 \frac{e^2 m^* a^2 \Delta^4 f^3(\gamma_0)}{\hbar^3 (\mu^* B)^2 kT} \sqrt[3]{\frac{m^* \Delta}{a \hbar^2}} N. \quad (31)$$

Однак цей вираз справджується лише в дуже сильних магнітних полях. Наприклад, при згаданих вище параметрах задачі і $kT/\Delta = 0,03$ у магнітному полі з індукцією 60 Тл повна поздовжня провідність кристала становитиме $0,675 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, тобто опір зросте приблизно у 1600 разів порівняно з опором за відсутності магнітного поля. Таким чином, ми отримали, що в ультраквантових магнітних полях магнітоопір змінюється за законом $\rho_{zz} \propto TB^2$. Цей закон, враховуючи не лише польову, а й температурну залежність, можна використати для дослідної перевірки справедливості зроблених у даній статті наближень і модельних розрахунків.

Однак даний асимптотичний закон з формальної точки зору має один суттєвий недолік. З нього ви-

пливає, що в сильних магнітних полях при $T = 0$ повний поздовжній опір кристала також прямує до нуля, що важко пояснити з фізичних міркувань, якщо ми знаходимося в області розсіювання носіїв струму на заряджених домішках (хоча при реальних температурах до фізично необґрунтованих наслідків такий закон не веде). Тому виникає питання: чи не можна отримати інший асимптотичний закон, який не мав би цього недоліку.

Перш, ніж відповісти на це питання, зазначимо, що таку ж задачу про поздовжню провідність шаруватого кристала розглянуто у статті [5], однак лише для поверхонь Фермі з високим ступенем відкритості, тобто таких, для яких $\zeta_0/\Delta \gg 1$, причому в наближенні $\zeta_0/\mu^*B \gg 1$. Результат, отриманий в цій роботі для сталої частини провідності при низьких температурах, коли $\zeta_0/kT \gg 1$ практично збігається з нашим, наведеним у [11] для випадку сталого часу релаксації, однак залежність осцилюючої частини поздовжньої провідності від магнітного поля дещо інша. Якщо абстрагуватись від фактора Дінгла, який також враховується в [5], ця відмінність у випадку слабких магнітних полів зумовлена в основному тим, що осцилюючу частину провідності розглядають при дещо інших умовах, ніж в [11] і пропонованій статті, а саме $\Delta/\mu^*B \gg 1$, $\omega_c\tau_0 \ll 1$, тобто в умовах дуже сильного розмиття підзон Ландау внаслідок взаємодії носіїв струму з випадковим потенціалом заряджених домішок. А в цих умовах осцилююча частина поздовжньої провідності вже не виражається через квадрат поздовжньої швидкості носіїв, як це зроблено в роботі [11] і пропонованій статті.

Крім того, автори [5] навіть у випадку $\Delta/\mu^*B \ll 1$, $\omega_c\tau_0 \gg 1$ розглядають лише такі магнітні поля, в яких ПФ залишаються відкритими. Отже, розвине на ними методика вимагає модифікації для випадку замкнених поверхонь, також з урахуванням “стиску” ПФ під впливом сильного ультраквантового магнітного поля.

У даній статті для випадку квазікласичного магнітного поля ми такої модифікації робити не будемо, оскільки більшість експериментів по дослідженню гальваноманітних явищ у шаруватих кристалах виконується при умовах $\Delta/\mu^*B \gg 1$, $\omega_c\tau_0 \gg 1$ [15–17], коли підхід, викладений в [11] і даній статті, застосовний, хоча фактор Дінгла при обробці результатів експериментів в зазначених працях враховується, оскільки дозволяє безпосередньо визначити час релаксації носіїв струму принаймні на екстремальних перерізах ПФ. Однак зробимо вказану модифікацію для випадку сильного ультраквантового магні-

тного поля. У роботі [5] показано, що при розсіюванні носіїв струму на випадковому потенціалі заряджених домішок поздовжня електропровідність кристала може розглядатись як дифузійна і у випадку $\Delta/\mu^*B \ll 1$, $\omega_c\tau_0 \gg 1$, $\zeta_0/\Delta \gg 1$, $\zeta_0/\mu^*B \gg 1$, де ω_c – циклотронна частота, може бути знайдена при $T = 0$ за формулою

$$\sigma_{zz} = \frac{8\pi^3 e^2 m^* a \tau_0 \Delta^2}{h^4} \left(1 - \cos \frac{\pi \zeta_0}{\mu^* B} \right), \quad (32)$$

яка відрізняється від формули для сталої частини електропровідності у випадку відкритих поверхонь, наведеної в [11], заміною сталого часу релаксації τ_0 на час, залежний від магнітного поля, причому ця залежність повністю визначається множителем у дужках. Щоправда, автори [5] визнають, що формула (32) незастосовна, коли при сильній відкритості ПФ рівень Ландау перетинає рівень Фермі, оскільки при цих магнітних полях поздовжня електропровідність перетворюється на нуль, що нефізично. Однак сама по собі умова сильної відкритості ПФ не є обов'язковою для справедливості формули типу (32), оскільки, як сказано в тексті статті [5], формулу (32) отримано шляхом розв'язання кінетичного рівняння Больцмана для *кожної* із заповнених повністю або частково підзон Ландау. Тому для справедливості даної формули не має значення, скільки саме підзон Ландау заповнено. Отже, узагальнення формули (32) на випадок ультраквантових полів і замкнених ПФ проведемо двома способами: 1) розглядаючи єдину підзону Ландау з номером $n = 0$, як повністю заповнену; 2) розглядаючи єдину підзону Ландау з номером $n = 0$, як частково заповнену. В обох цих випадках будемо вважати енергію Фермі не сталою, а залежною від магнітного поля у відповідності з формулами (19) та (21).

При першому способі у формулу (32) замість Δ підставимо величину $\frac{\Delta^3 f^2(\gamma_0)}{16(\mu^*B)^2}$, а замість ζ_0 – величину (21). Тоді, враховуючи формули (26)–(28), остаточно для поздовжньої провідності отримаємо такий вираз:

$$\sigma_{zz} = \frac{\pi^2 e^2 m^* a^2 \Delta^5 f^4(\gamma_0)}{64 h^3 (\mu^* B)^4} \sqrt{\frac{12 \pi^2 m^* \Delta}{a h^2}} N. \quad (33)$$

При раніше зумовлених параметрах задачі в магнітному полі з індукцією 60 Тл провідність кристала в цьому випадку становитиме $2,124 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Таким чином, під час розгляду єдиної підзони Ландау, як повністю заповненої, отримуємо асимптотичний закон $\rho_{zz} \propto B^4$.

При другому способі використовуємо загальну формулу (4), в якій час релаксації будемо визначати як при першому способі, а інтегрування по x відповідно до (19) виконаємо в межах від 0 до $\frac{f(\gamma_0)\Delta}{2\mu^*B}$, обмежуючись у підінтегральному виразі лише квадратичним наближенням по x . Тоді поздовжня провідність кристала визначатиметься так:

$$\sigma_{zz} = \frac{\pi e^2 m^* a^2 \Delta^4 f^3(\gamma_0)}{3h^3 (\mu^* B)^3} \sqrt[3]{\frac{12\pi^2 m^* \Delta}{ah^2}} N. \quad (34)$$

При раніше зумовлених параметрах задачі в магнітному полі з індукцією 60 Тл провідність кристала в цьому випадку становитиме $5,018 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Отже, під час розгляду єдиної підзони Ландау як частково заповненої отримуємо асимптотичний закон $\rho_{zz} \propto B^3$. Таким чином, у першому випадку електропровідність кристала в магнітному полі 60 Тл знижується майже на 8 порядків, а у другому – майже на 6 порядків порівняно з електропровідністю за відсутності магнітного поля. Зрозуміло, що ці результати потребують дослідної перевірки, але поки що абсолютну більшість експериментів по гальваномагнітних явищах у кристалах з надграткою виконано для ПФ з великим ступенем відкритості (див., наприклад, роботу [17] і відповідні посилання в ній).

3. Висновки

Таким чином, нами доведено, що ефекти шаруватості істотні не лише для відкритих, а й для замкнених ПФ. При сталій концентрації носіїв струму вони істотні навіть в області застосовності квазікласичного наближення. Крім того, існує оптимальна область індукцій магнітних полів, де ці ефекти виражені найбільш яскраво. В області застосування квазікласичного наближення вони виявляються у збільшенні відносного внеску осциляцій Шубнікова–де-Гааза у повну провідність і у появі деякого відставання осциляцій за фазою. У цьому випадку польова залежність хімічного потенціалу майже не впливає на характер їх прояву. В оптимальній області магнітних полів польова залежність хімічного потенціалу істотно впливає на характер прояву ефектів шаруватості. Що ж стосується ефекту Капіци, то тут наявна обернена ситуація: ефекти шаруватості знижують коефіцієнт пропорційності між магнітоопором і індукцією магнітного поля. При цьому сам поздовжній ефект Капіци під час розсіювання на домішках пояснюється лише при врахуванні стиску ПФ під впливом магнітного поля, тобто польової залежності хімічного потенціалу.

Отже, кристали із замкненими ПФ при високих ступенях заповнення міні-зони також повинні розглядатись як шаруваті. Крім того, при строгому розрахунку поздовжньої електропровідності необхідно враховувати протяжність ПФ у напрямку магнітного поля і залежність цієї протяжності від індукції магнітного поля. У сильному магнітному полі залежно від інтенсивності розсіювання носіїв струму на заряджених домішках і способу моделювання заповнення єдиної підзони Ландау можна отримати такі асимптотичні закони: $\rho_{zz} \propto TB^2$, якщо провідність розглядати як дрейфову; $\rho_{zz} \propto B^3$, якщо провідність розглядати як дифузійну і єдина підзона Ландау заповнена частково; $\rho_{zz} \propto B^4$, якщо провідність розглядати як дифузійну і єдина підзона Ландау заповнена повністю. Для пояснення цих законів польова залежність хімічного потенціалу також істотна.

1. R.F. Fivaz, J. Phys. Chem. Solids **28**, 839 (1967).
2. D. Grecu and V. Protopopescu, Rev. Roum. Phys **18**, 981 (1973).
3. В.Г. Песчанский, ЖЭТФ **121**, 1204 (2002).
4. P.D. Grigoriev, Phys. Rev. B **67**, 144401-1 (2003).
5. B. Laikhtman, and D. Menashe, Phys. Rev. B **52**, 8974 (1994).
6. П.В. Горский, В.М. Ницович, УФЖ **23**, 1647 (1978).
7. П.В. Горский, В.М. Ницович, УФЖ **26**, 1528 (1981).
8. П.В. Горский, В.М. Ницович, ФММ **54**, 1088 (1982).
9. П.В. Горский, В.М. Ницович, ФТП **17**, 936 (1983).
10. Д. Шенберг, *Магнитные осцилляци в металлах* (Мир, Москва, 1986).
11. П.В. Горський, УФЖ **50**, 1252 (2005).
12. П.Л. Капица, *Сильные магнитные поля* (Наука, Москва, 1988).
13. А.М. Дрейзин, Ю.А. Дыхне, ЖЭТФ **35**, 242 (1972).
14. А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов* (Наука, Москва, 1987).
15. М.В. Карцовник, В.Н. Лаухин, В.И. Нижанковский, А.А. Игнатъев, Письма в ЖЭТФ **47**, 302 (1988).
16. М.В. Карцовник, П.А. Кононович, В.Н. Лаухин, И.Ф. Щеголев, Письма в ЖЭТФ **48**, 498 (1988).

17. D. Andres, M.V. Kartsovnik, W. Biberacher, H. Weiss, E. Balthes, H. Müller, and N. Kushch, Phys. Rev. B **64**, 161104(R) 1 (2001).

Одержано 30.12.09

ВЫРАЖЕНЫ ЛИ ЭФФЕКТЫ СЛОИСТОСТИ
ПРИ ЗАМКНУТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ФЕРМИ?

П.В. Горский

Резюме

В статье на примере продольной электропроводности в квантующем магнитном поле, перпендикулярном слоям, показано, что эффекты слоистости могут быть выражены не только в кристаллах с сильно открытыми поверхностями Ферми (ПФ), как это традиционно считается, но и в кристаллах с замкнутыми ПФ. В слабых магнитных полях эффекты слоистости выражаются в отставании осцилляций Шубникова–де-Гааза по фазе и в некотором увеличении их относительного вклада. В области сильных магнитных полей существует оптимальный диапазон, в котором эффекты слоистости проявляются в резко немонотонной зависимости продольной электропроводности от магнитного поля. Кроме того, показано, что эффекты слоистости приводят к снижению коэффициента пропорциональности между магнитосопротивлением и индукцией магнитного поля в продольном эффекте Капицы. Рассмотрена также продольная электропроводность слоистых кристаллов в ультраквантовых магнитных полях и показано, что в зависимости от того, как моделируется заполнение единственной подзоны Ландау и от того, рассматривается ли продольная проводимость как дрейфовая или как диффузионная, можно получить такие асимптотические законы изменения магнитосопротивления с магнитным полем: $\rho_{zz} \propto TB^2$, $\rho_{zz} \propto B^3$ и $\rho_{zz} \propto B^4$.

CAN LAYERED-STRUCTURE EFFECTS BE OBSERVED,
IF THE FERMI SURFACE IS CLOSED?

P.V. Gorskyi

Yu. Fed'kovych Chernivtsi National University
(2, Kotsyubyns'kyi Str., Chernivtsi 58012, Ukraine;
e-mail: gena_grim@mail.ru)

S u m m a r y

By analyzing the longitudinal conductivity in a quantizing magnetic field directed perpendicularly to the crystal lattice layers, it has been demonstrated that the layered-structure effects can be observed not only in crystals with highly open Fermi surfaces, as was conventionally believed earlier, but also in crystals with closed ones. The calculations were carried out in the constant-relaxation-time approximation. In weak magnetic fields, layered-structure effects manifest themselves as a phase retardation of Shubnikov–de Haas oscillations and a certain increase of the relative contribution made by the latter. In the range of high magnetic fields, there exists an optimal interval, in which the layered-structure effects reveal themselves in the form of a sharp non-monotonous dependence of conductivity on the magnetic field. In addition, it has been shown that the layered-structure effects result in a decrease of the proportionality factor between the magnetoresistance and the magnetic induction in the longitudinal Kapitsa effect. The longitudinal conductivity of layered crystals in ultra-quantum magnetic fields has also been analyzed. It is shown that the following dependences of the magnetoresistance on the magnetic field can be obtained, depending on the model used for the filling of the single Landau subband and on whether the longitudinal conductivity is considered to be of either the drift or diffusion type: $\rho_{zz} \propto TB^2$, $\rho_{zz} \propto B^3$, and $\rho_{zz} \propto B^4$.